

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего про-
фессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

С.И. Борисенко

**ФИЗИКА
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ
НАНОСТРУКТУР**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
Редакционно-издательским советом
Томского политехнического университета*

Издательство
Томского политехнического университета
2010

УДК 537.311.322 (075.8)

ББК 22.379я73

Б739

Борисенко С.И.

Б739 Физика полупроводниковых наноструктур: учебное пособие /
С.И. Борисенко. – Томск: Изд-во Томского политехнического
университета, 2010.–115 с.

В пособии рассмотрены основные физические свойства низкоразмерных полупроводниковых структур: сверхрешеток, квантовых ям, нитей, точек. Изложены принцип размерного квантования и условия наблюдения квантово-размерных явлений, рассмотрены особенности функции плотности состояний и статистики носителей заряда, оптические свойства и кинетические эффекты, в том числе в магнитных полях. Даны примеры практического использования таких структур в нанoeлектронике.

Учебное пособие предназначено для студентов старших курсов высших учебных заведений, интересующихся и занимающихся фундаментальными и прикладными исследованиями в области физики и техники полупроводниковых наноструктур, аспирантов соответствующих специальностей, а также преподавателей.

УДК 537.311.322 (075.8)

ББК 22.379я73

Рецензенты

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ

Г.Ф. Караваев

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ

В.П. Гермогенов

© Борисенко С.И., 2010

© Томский политехнический университет, 2010

© Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2010

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития физики твердого тела характеризуется тем, что основными объектами исследования все в большей степени становятся не массивные полупроводниковые кристаллы, а тонкие пленки, многослойные тонкопленочные структуры, проводящие нити и кристаллиты. Малые размеры этих структур в каком либо направлении a , сравнимые с волной де Бройля ($a \geq \lambda$), согласно законам квантовой механики приводят к изменению энергетического спектра носителей заряда. Спектр становится дискретным для движения вдоль оси, по которой движение ограничено. Наличие этого «размерного» квантования при определенных условиях может существенным образом повлиять на физические свойства рассматриваемых квантово-размерных структур, приводя к целой совокупности уникальных свойств отличных от свойств монокристаллических полупроводников [1].

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ КВАНТОВО РАЗМЕРНЫЕ СТРУКТУРЫ

К основным квантово размерным структурам относятся структуры с двумерным электронным газом – эпитаксиальные пленки, МДП-структуры, гетероструктуры и т.д.; структуры с одномерным газом – квантовые нити или проволоки; структуры с нульмерным газом – квантовые точки, ящики, кристаллиты.

1.1. Условия наблюдения квантовых размерных эффектов

Для того чтобы размерное квантование проявилось в квантово-размерных структурах, необходимо выполнение несколько условий. Во-первых, расстояние между дискретными уровнями энергии E_n размерного квантования должно превышать тепловую энергию носителей заряда. Для невырожденного электронного газа эта величина порядка kT , для вырожденного она характеризуется энергией Ферми ζ :

$$E_{n+1} - E_n \gg kT, \zeta. \quad (1.1)$$

Во-вторых, уширение уровней энергии за счет рассеяния не должно превышать расстояния между уровнями. В силу соотношения неопределенности энергии это условие можно представить в виде

$$E_{n+1} - E_n \gg \frac{\hbar}{\tau} = \frac{e}{m^* \mu}, \quad (1.2)$$

где τ - время релаксации импульса, близкое по величине к времени свободного пробега носителей заряда, m^* – эффективная масса, μ - подвиж-

ность. С учетом того, что $\Delta E \sim \frac{\hbar^2}{m^* a^2}$ (см. ниже), $\tau = \frac{l}{v} \sim l \frac{am^*}{\hbar}$, где l – длина свободного пробега, v – скорость, условие (1.2) принимает вид

$$a \ll l, \quad (1.2')$$

т.е. размеры области ограниченного движения должны быть много меньше длины свободного пробега.

С учетом приведенных формул следует, чтобы значение $\Delta E = E_{n+1} - E_n$ было больше, необходимы малые размеры структур a , низкие температуры, высокая подвижность носителей заряда. Этого можно добиться при слабом рассеянии и достаточно низкой концентрации этих носителей, такой, чтобы при низких температурах уровень Ферми вырожденного газа их был невелик.

1.2. Структуры с двумерным электронным газом

Полупроводниковые структуры, в которых движение носителей заряда ограничено вдоль одной из осей, а энергетический спектр, связанный с движением вдоль этого направления является дискретным, представляют собой структуры с двумерным электронным газом. В таких структурах носители заряда движутся в одномерных потенциальных ямах, двумерное движение вдоль которых является свободным, а одномерное движение поперек ямы ограничено. В дальнейшем низкоразмерные структуры с одномерной потенциальной ямой будем называть просто квантовой ямой (КЯ).

1.2.1. Полупроводниковые и полуметаллические пленки

Наиболее очевидным примером структур с двумерным электронным газом являются тонкие полупроводниковые и полуметаллические¹ пленки. Одномерная прямоугольная потенциальная яма в этих структурах возникает за счет скачка потенциала на границе пленки с вакуумом и имеет место как для электронов, так и для дырок. Энергия уровней размерного квантования определяется толщиной пленки, а концентрация носителей заряда в ней уровнем легирования. Исторически квантовые размерные эффекты впервые наблюдались в проводимости полуметаллических пленок Вi [2]. Пленки, имеющие необходимую толщину, высокую подвижность носителей заряда и хорошее качество поверхности достаточно легко получают методом вакуумного испарения. Однако существенным недостатком этих пленок с точки зрения проявле-

¹ Полуметаллами называются твердые тела с нулевой запрещенной зоной между валентной зоной и зоной проводимости

ния квантовых размерных эффектов является наличие высокой плотности поверхностных состояний, играющих роль рассеивающих центров. При этом длина свободного пробега пленки становится равной ее толщине, что противоречит условию (1.2').

1.2.2. МДП-структуры

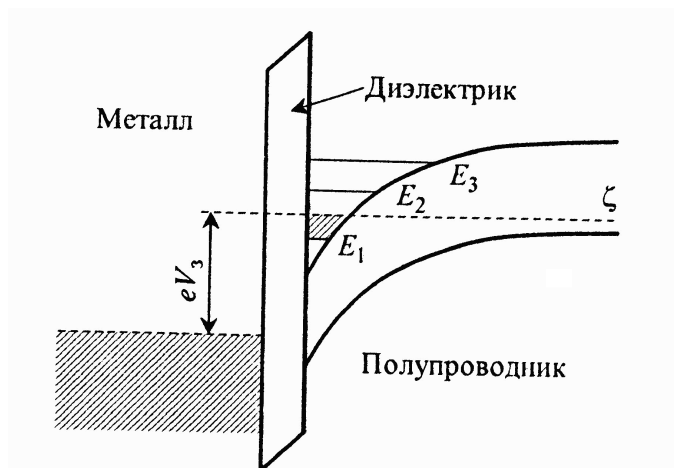


Рис. 1.1. Зонная диаграмма МДП-структуры [1].

Трехслойные структуры типа МДП (металл-диэлектрик-полупроводник) при наличии положительного потенциала достаточной величины на металле относительно слоя полупроводника p -типа (напряжение на металлическом затворе V_3) имеют одномерную потенциальную яму для электронов в слое полупроводника у границы с диэлектриком — инверсионный слой (рис. 1.1). В отличие от тонких пленок параметры этой потенциальной ямы, близкой к треугольной, а также концентрация электронов в ней существенно зависят от напряжения на затворе. Следовательно, энергетический спектр уровней размерного квантования и плотность двумерных носителей заряда в этих структурах можно изменять в широких пределах, меняя напряжение на затворе. Другим отличием от тонких пленок является то, что в квантовой яме МДП-структур, находятся только электроны полупроводника, дырки при этом движутся свободно и их энергетический спектр остается непрерывным [3].

Основным материалом для изготовления МДП-структур является кремний, благодаря окислению которого создается однородный слой высококачественного диэлектрика SiO_2 , имеющий требуемую толщину.

1.2.3. Гетероструктуры

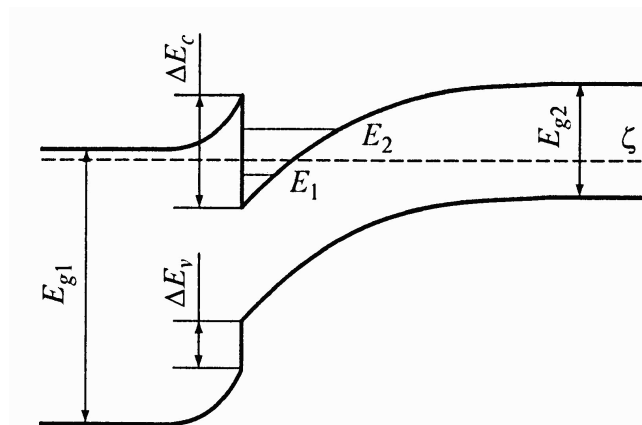


Рис. 1.2. Зонная диаграмма одиночного гетероперехода [11]

Наиболее ярко эффекты размерного квантования проявляются в гетероструктурах - контактах между полупроводниками с различной шириной запрещенной зоны, полученных с помощью молекулярно-лучевой эпитаксии [4]. На таком контакте края энергетических зон испытывают скачки, играющие роль потенциальных барьеров – стенок квантовой ямы для носителей заряда. На рис. 1.2. [1] показана типичная зонная диаграмма одиночного гетероперехода между полупроводниками n и p типа, сходная с диаграммой МДП-структуры. Так же как и там в узкозонном полупроводнике вблизи границы раздела может образовываться инверсионный слой, играющий роль потенциально ямы для электронов, в которой существуют уровни размерного квантования.

Важнейшим достоинством гетероперехода является высокое качество гетерограницы, которое можно добиться выбором в качестве компонент гетеропары веществ с хорошим согласием постоянных решетки. Примером такой гетеропары являются узкозонный GaAs и широкозонный твердый раствор $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. В гетероструктурах с этими полупроводниками было получено рекордное значение подвижности электро-

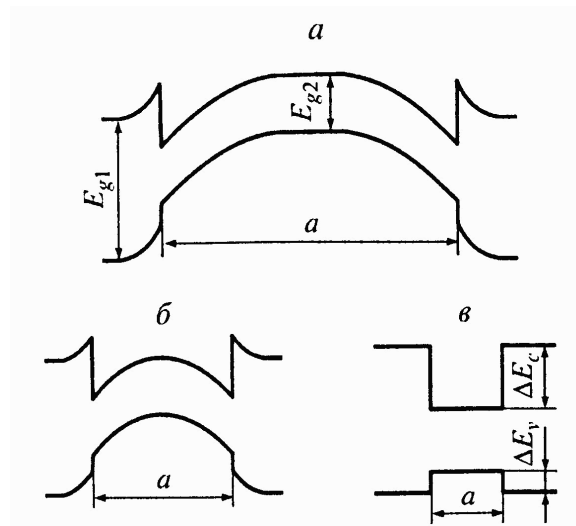


Рис. 1.3. Зонная диаграмма двойной гетероструктуры при различной толщине узкозонного слоя.

нов, превосходящее $10^7 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, тогда как для лучших Si-МДП-структур $\mu \approx 5 \cdot 10^4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ [1]. За счет высокой подвижности условие (1.2) в гетероструктурах выполняется с высокой точностью, что позволяет наблюдать различные тонкие эффекты.

В гетероструктуре на рис. 1.2. потенциальная яма для электронов образована с одной стороны разрывом зоны проводимости, а с другой стороны электростатическим полем перехода. На базе одиночной можно создать двойную гетероструктуру $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, в которой толщина узкозонного слоя a значительно меньше длины экранирования электростатического потенциала. При этом получается гетероструктура, которая является аналогом тонкой пленки (рис. 1.3.).

1.2.4. Дельта-слои

Дельта-слоем в объемном полупроводнике называется сильно легированный узкий слой толщиной в один или несколько периодов решетки [5]. Ионизация примеси приводит к появлению электростатического поля, создающего квантовую яму для образовавшихся носителей заряда

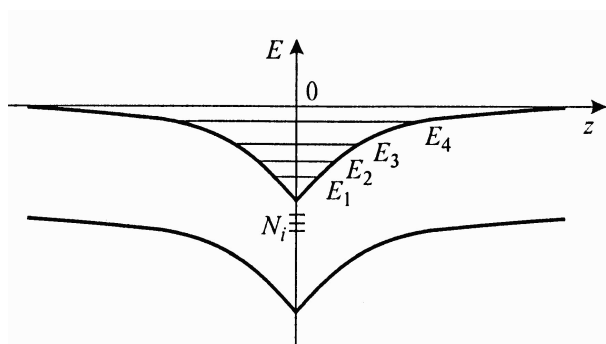


Рис. 1.4. Зонная диаграмма дельта-слоя [1].

в области этого слоя (рис. 1.4.). Отличительной чертой дельта-слоев является возможность получения в них большой концентрации двумерных носителей заряда, заметно большей, чем в других описанных структурах. Однако подвижность носителей заряда в них мала за

счет рассеяния на ионах примеси в области слоя.

1.2.5. Графен

Графеном называется принципиально новый материал — пленка из углерода толщиной в один атом (рис. 1.5), представляющая собой плоскую решетку из атомов углерода, соединенных в шестигранники (стопка таких слоев образовала бы графит) [6]. Графен прозрачен, но невероятно прочен [7]. Характерной особенностью графена является очень высокая подвижность носителей заряда и теплопроводность [8]. Создате-

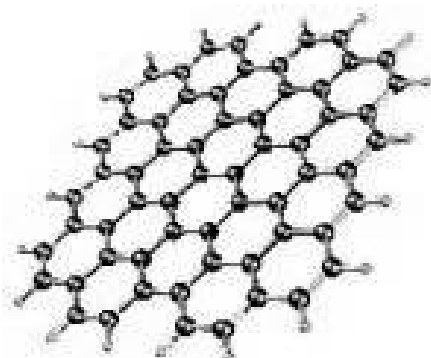


Рис. 1.5. Двумерная решетка графена [6].

ли графена прочат ему большое будущее при создании новых материалов, а также суперкомпьютеров будущего, где размеры логических схем будут уменьшены в миллионы раз.

Свернутый в трубку лист графена представляет собой одну из модификаций этого удивительного вещества – нанотрубку (рис. 1.6.)

Нанотрубки – протяженные цилиндрические структуры диаметром от одного до нескольких десятков нанометров и длиной до нескольких сантиметров, или гигантские молекулы, состоящие только из атомов углерода. Способ сворачивания нанотрубок из листа графена – угол между

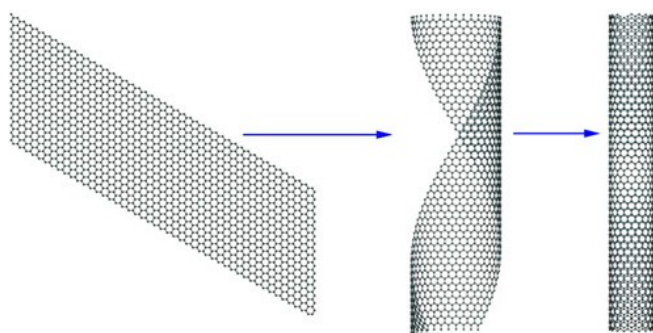


Рис. 1.6. Один из способов воображаемого изготовления нанотрубки

ду направлением оси нанотрубки по отношению к осям симметрии графена (угол закручивания) – во многом определяет её свойства. Конечно, никто не изготавливает нанотрубки, сворачивая их из графитового листа. Нанотрубки образуются сами, например,

на поверхности угольных электродов при дуговом разряде между ними. При разряде атомы углерода испаряются с поверхности и, соединяясь между собой, образуют нанотрубки самого различного вида – однослойные, многослойные и с разными углами закручивания. В зависимости от угла закручивания нанотрубки могут обладать высокой, как у металлов, проводимостью, а могут иметь свойства полупроводников [10].

Если поместить графен в газообразный водород и пропустить через газ электрический ток, молекулы водорода распадутся на атомы, которые присоединятся к исходному материалу, образуя новое вещество – графан. Атомы водорода присоединяются к атомам углерода поочередно: один сверху "листа", другой снизу, немного деформируя плоскую структуру исходного материала (рис. 1.7). В отличие от графена, который является

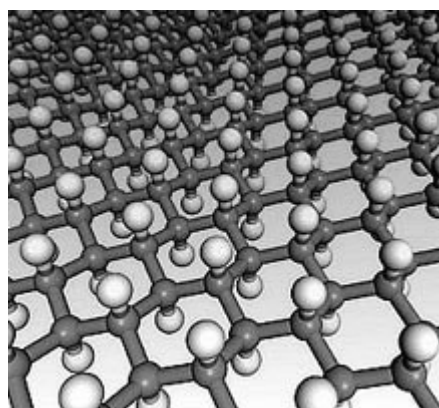


Рис. 1.7. Графан [11].

проводником электрического тока, графен представляет собой диэлектрик. По мнению исследователей, данное свойство нового материала потенциально может быть использовано при производстве сверхминиатюрных транзисторов, поскольку позволяет решить одну из главных проблем развития графеновой электроники - сложность создания проводящих контуров. Добавление атомов водорода к графену позволит получать на нем регионы графана. Подобными регионами диэлектрика можно, например, разделить лист исходного материала на множество проводящих полос. Кроме этого новый материал может найти применение в водородной энергетике. В частности, международная группа исследователей установила, что нагрев графана приводит к высвобождению атомарного водорода. Напомним, что одной из основных проблем водородной энергетике является создание эффективных способов хранения водорода. Одним из наиболее перспективных направлений исследований является получение материалов, способных хранить "топливо" в связанном состоянии, в данном случае в виде графана [11].

1.3. Квантовые нити

Структуры, в которых движение носителей заряда является свободным только вдоль одной из осей, а вдоль других двух ограничено двумерной квантовой ямой, называются квантовыми нитями или проволоками (КН). Таким образом, энергетический спектр, связанный с движением носителей заряда поперек квантовой нити является дискретным за счет размерного квантования, а связанный с движением вдоль нити является непрерывным. Носители заряда в таких структурах представляют

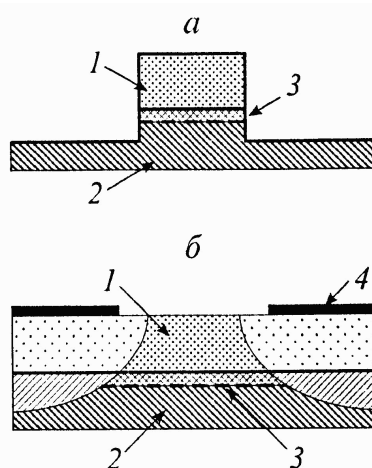


Рис. 1.8. Гетероструктуры с квантовыми нитями, полученные с помощью субмикронной литографии за счет вытравливания узкой полоски из самой структуры (а) или щели в затворе Шоттки (б) [1].

1 — AlGaAs; 2 — GaAs; 3 — электронный газ; 4 — металлический затвор.

собой одномерный электронный газ. Материалом для создания квантовых нитей служат, в основном, одиночные гетероструктуры. С помощью литографической процедуры движение двумерных носителей заряда в ней ограничивается еще в одном направлении. Достигается это либо «вырезанием» узкой полоски с двумерным газом (рис. 1.8 а), либо нанесением на поверхность структуры слоя из металла, создающего с полупроводником контакт Шоттки и имеющего узкую щель (рис. 1.8 б). В последнем случае поле на контакте выталкивает двумерные носители заряда в область под щелью, создавая тем самым одномерный газ. Изменяя это поле с помощью напряжения, подаваемого на металлический контакт, можно менять толщину квантовой нити и концентрацию носителей заряда в ней.

1.4. Квантовые точки

Квантовыми точками (КТ) или ящиками называются структуры, в которых движение носителей заряда ограничено по всем трем координатам, т.е. носители заряда находятся в трехмерной потенциальной яме. За счет размерного квантования энергетический спектр носит атомный характер. Газ носителей заряда в таких структурах называется нульмерным.

Одним из способов создания квантовых точек, как и квантовых ни-

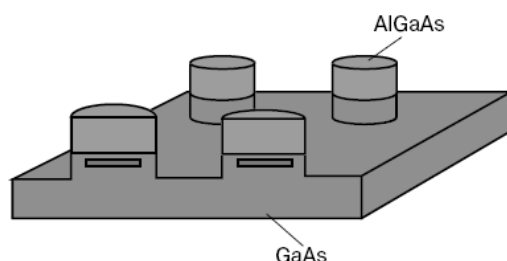


Рис. 1.9. Квантовые точки, сформированные в двумерном электронном газе на границе двух полупроводников [12].

тей, является метод субмикронной литографии. Для этого на двумерной структуре нужно изменить картинку травления, при которой остаются нетронутыми отдельные полосы для нитей, на картинку, при которой остаются отдельные кружки или другие плоские фигуры. Либо наоборот вытравливать в металлическом покрытии гетероструктуры отдельные плоские области, соответствующие квантовым точкам (см рис. 1.9). Недостатком методов субмикронной литографии являются то, что они являются достаточно дорогими и имеют естественные ограничения по боковым размерам создаваемых точек по сравнению с ее размерами вдоль оси роста гетероструктуры.

Перспективными способами создания квантовых точек являются методы, использующие эффекты самоорганизации, где наноструктуры определенных размеров формируются сами, под влиянием внутренних сил, действующих в процессе роста. Одним из примеров этих методов является выращивание квантовых точек из пересыщенного раствора в стеклянной матрице. Процесс формирования зародышей кристаллов в этом методе будет определяться диффузией полупроводниковых атомов к центрам роста. Вначале рост зародышей со временем будет монотонным и размеры их будут различны, но затем, когда пересыщение уменьшится, начнется перераспределение атомов между зародышами, приводящее к выравниванию их размеров. Вторым примером является метод формирования слоя квантовых точек при гетероэпитаксии полупроводников с большим рассогласованием параметров решетки. На начальной стадии роста подобной структуры, когда количество осаждаемых атомов полупроводника на подложку еще недостаточно для ее полного по-

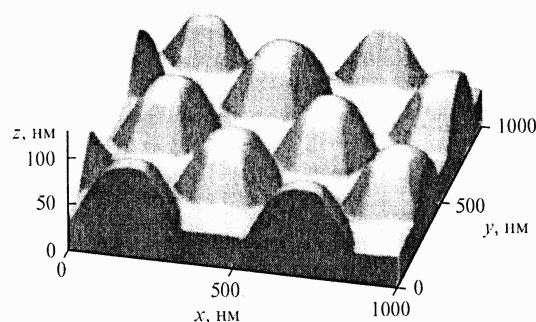


Рис. 1.10. Система самоупорядоченных квантовых точек InAs на поверхности GaAs [1].

крытия, они образуют на подложке отдельные островки. Под влиянием упругих напряжений на гетерогранице и сил поверхностного натяжения на внешних поверхностях островков, все они имеют одинаковые размеры, обычно в несколько нанометров, и образуют периодическую решетку на поверхности подложки. Если ширина запрещенной зоны полупроводника этих островков меньше ширины запрещенной зоны подложки, островки представляют собой квантовые точки (рис. 1.9).

1.5. Сверхрешетки

Искусственная структура, состоящая из совокупности квантовых объектов—квантовых ям, нитей, точек, между которыми возможен перенос носителей заряда, называется сверхрешеткой (СР). Существуют периодические сверхрешетки, в которых квантовые объекты чередуются периодически, непериодические сверхрешетки и квазипериодические. Следовательно, можно говорить о СР из КЯ, КН и КТ. Перенос носи-

телей заряда в СР между отдельными квантовыми объектами называется вертикальным в отличие от переноса в изолированных КЯ и КН, который называется планарным. В связи с этим СР называют низкоразмерными структурами с вертикальным переносом. Если в рассматриваемых структурах вертикальный перенос между квантовыми объектами невозможен, их называют структурами с множеством изолированных КЯ, КН, КТ. Свойства таких структур, как правило, совпадают со свойствами отдельных квантовых объектов, поскольку вклады от всех них просто суммируются.

Идея искусственных периодических структур, обладающих свойствами не реализуемыми в природных веществах, была высказана в работах Келдыша Л.В. ещё в 1962 году. Но реальным содержанием она наполнилась лишь после появления технологии молекулярно-лучевой эпитаксии (МЛЭ), позволившей изготавливать строго периодические искусственные структуры с заранее заданными параметрами слоёв. В 1970 году Есаки и Цу выдвинули идею на базе МЛЭ создания в кристалле путём изменения легирования или состава твёрдого раствора одномерного периодического потенциала с периодом меньшим длины свободного пробега электрона. Особое внимание учёные уделили так называемым композиционным сверхрешёткам и предсказали наличие у них необычных кинетических свойств. Двумя годами позднее Делер подробно проанализировал электронные свойства «легированных» СР и предсказал ряд новых особенностей, специфических именно для этих *piri*-кристаллов. С тех пор многие лаборатории стали уделять большое внимание поискам новых периодических структур. Движущей силой на этом пути являлись неординарные физические свойства указанных материалов и перспективы их использования в твёрдотельной и оптоэлектронике с целью улучшения эффективности и качества имеющихся и создания функционально новых приборов.

Наиболее изученными к настоящему времени являются периодические сверхрешетки из КЯ [13]. К ним относятся полупроводниковые композиционные и легированные СР, СР типа полуметалл-полупроводник, СР на основе кремния и МДП структур [14]. Все решетки делятся на две большие группы – контрвариантные и ковариантные. Контрвариантными или первого типа называются СР в которых КЯ для электронов и дырок в отличие от ковариантных СР находятся в одном и том же месте (слое), т.е. носители заряда в них пространственно не разделены. Наличие вертикального переноса приводит к тому, что СР из КЯ занимают промежуточное значение между двух и трехмерными электронными системами.

1.5.1. Полупроводниковые композиционные СР

Композиционными СР называются структуры с периодически по-

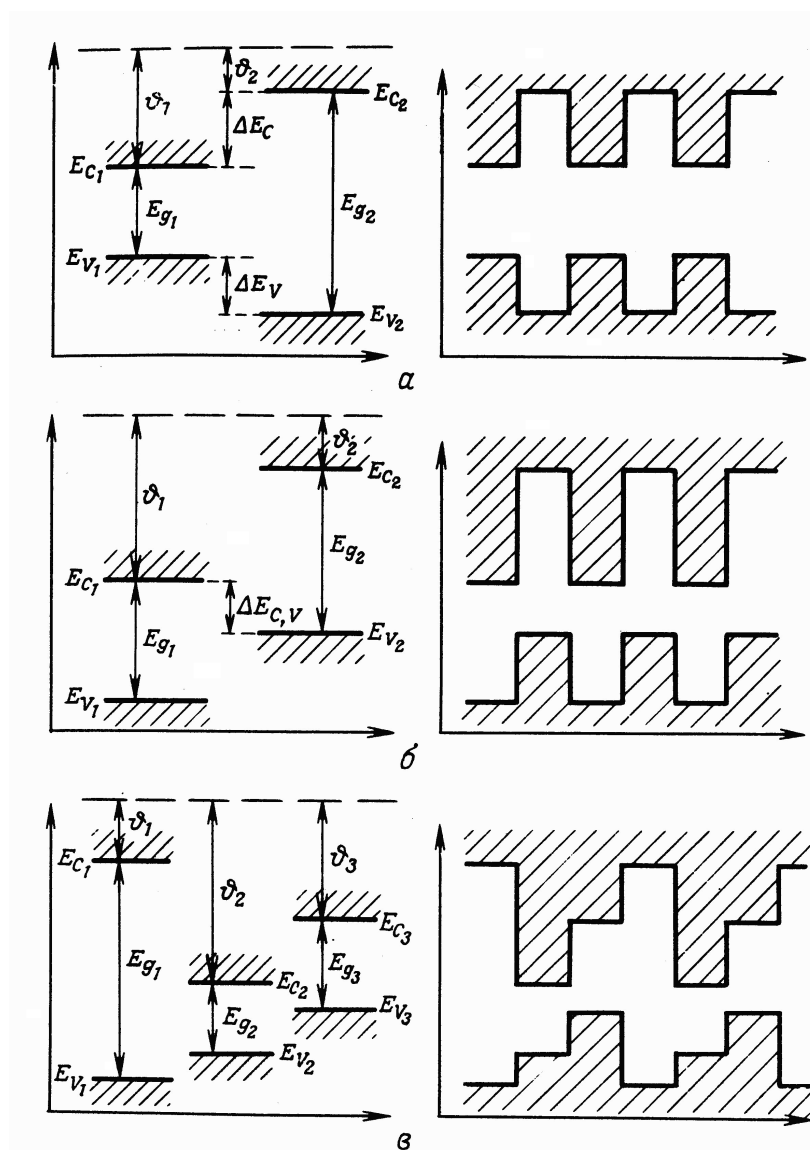


Рис. 1. 11. Расположение краев зоны проводимости и валентной зоны относительно вакуумного уровня (штриховая линия) в отдельных неконтактирующих веществах (слева) и в композиционных сверхрешетках различных типов (справа):

а–сверхрешетка типа I (контровариантная);

б– сверхрешетка типа II (ковариантная);

в–политипная сверхрешетка.

По оси абсцисс отложена пространственная координата, по оси ординат – энергия [14].

вторяющимися слоями различных полупроводников, т.е. решетки на

основе гетероструктур. К ним относятся изопериодические, с напряженными слоями и политипные СР (рис. 1.11).

Изопериодическими композиционными называются СР, в которых используются полупроводники с одинаковым или близкими постоянными кристаллической решетки. При этом условии гетерограница становится совершенной – без образования дефектов несоответствия, что необходимо для проявления квантово размерных эффектов. Наиболее изученными решетками такого типа является контровариантные СР типа GaAs / $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ при значении параметра сплава в твердом растворе $x < 0.35$. Зонная диаграмма этой СР представлена на рис. 1.11 а. Наличие КЯ для электронов и дырок в одном и том же слое узкозонного полупроводника GaAs связано с тем, что разрывы дна зоны проводимости и вершины валентной зоны на гетерогранице имеют различный знак.

В качестве примера изопериодических решеток второго типа (рис. 1.11 б) можно привести решетки типа $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$ / $\text{GaSb}_{1-y}\text{As}_y$ при $y = 0.082 + 0.918x$. На рис. 1.12 приведены две возможные зонные диаграммы этих решеток с перекрывающимися запрещенными зонами (а) и неперекрывающимися (б). В обоих случаях квантовые ямы для электронов и дырок находятся в разных слоях за счет того, что разрывы валентной зоны и зоны проводимости на гетерогранице имеют одинаковый знак.

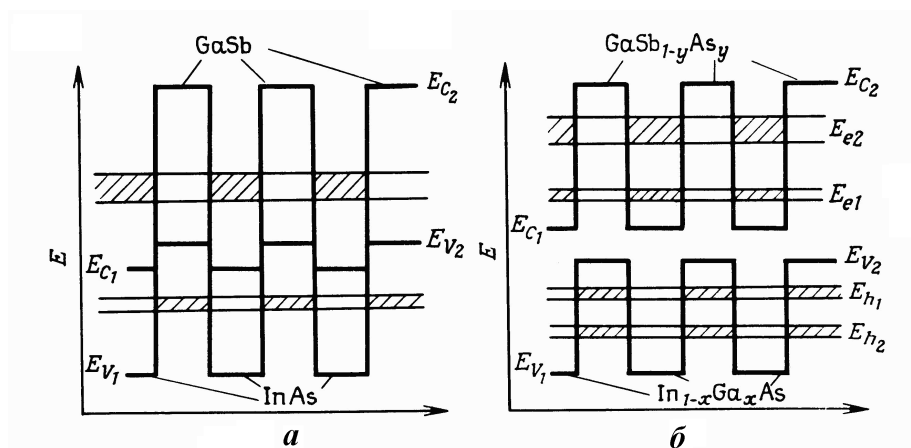


Рис. 1.12. Зонная диаграмма СР второго типа $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As} / \text{GaSb}_{1-y}\text{As}_y$ с перекрывающимися запрещенными зонами (а) и неперекрывающимися (б) [14].

В отличие от изопериодических СР с напряженными слоями состоят из полупроводников с различными постоянными решетки. Чтобы избежать дефектов несоответствия на гетерогранице, слои в этих решетках делаются такими тонкими, что в них за счет упругих напряжений проис-

ходит согласование решеток. Примерами таких СР являются решетки на базе гетероструктур GaAs / $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, GaAs / $\text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}$, GaP / $\text{GaAs}_x\text{P}_{1-x}$, ZnS / ZnSe, GaSb / AlSb. [14]

Политипными композиционными называются СР, период которых состоит из более чем двух различных слоев (рис. 1.11 в). Наиболее изученной СР такого типа является почти изопериодическая решетка, период которой состоит из трех базовых слоев—А—AlSb (6.136 Å), В—GaSb (6.095 Å), С—InAs (6.058 Å). Буквы А, В, С—краткое обозначение слоев. В скобках указаны значения периодов решеток этих полупроводников.

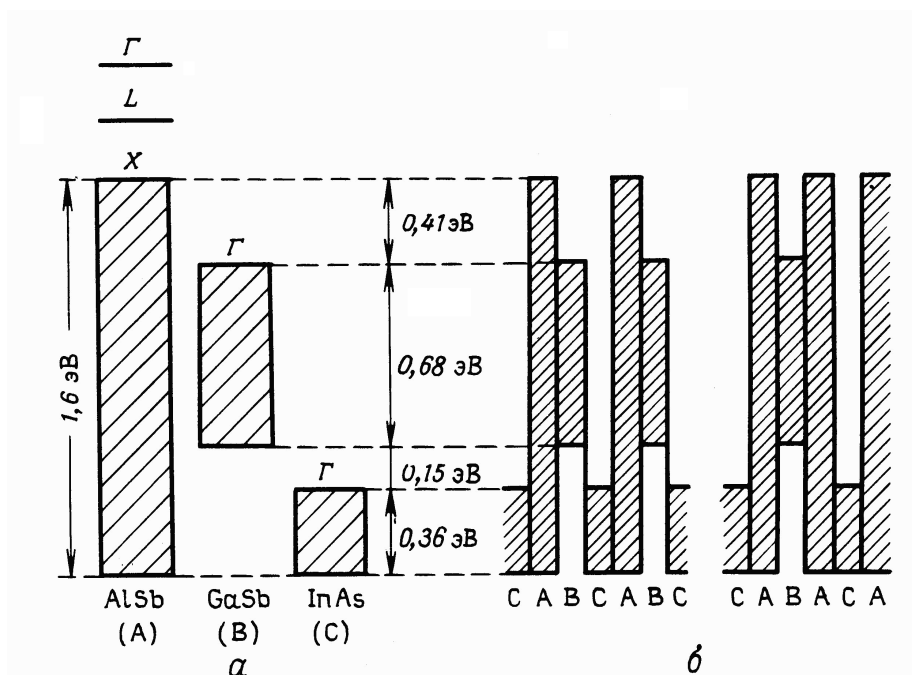


Рис. 1.13. Энергия краев зон полупроводников А—AlSb, В—GaSb, С—InAs (а) и энергетическая диаграмма двух типов политипных сверхрешеток (б). Заштрихованные области отвечают запрещенным зонам

На рис. 1.13 а. представлено положение краев зон этих полупроводников относительно вакуумного уровня. Рассматриваемые политипные решетки конструируются из базовых элементов с периодом типа ВАС, АВСА, АСВСА и т.д. На рис. 1.13 б. представлена энергетическая диаграмма политипных СР типа ABC и ABAC [14]. Буквы Г, L, X на рисунке указывают в какой точке зоны Бриллюэна находится данный уровень энергии.

1.5.2. СР типа полуметалл-полупроводник

Наиболее изученная СР данного типа, широко применяемая в фотодетекторах ИК—излучения, состоит из слоев полуметалла $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($0 < x < 0.16$) и полупроводника CdTe. На рис. 1.14 представлена энергетическая

ческая диаграмма гетероперехода между этими слоями. Согласно этой диаграмме квантовые ямы в такой СР существуют только для электронов за счет разрыва дна зоны проводимости, равного ширине запрещен-

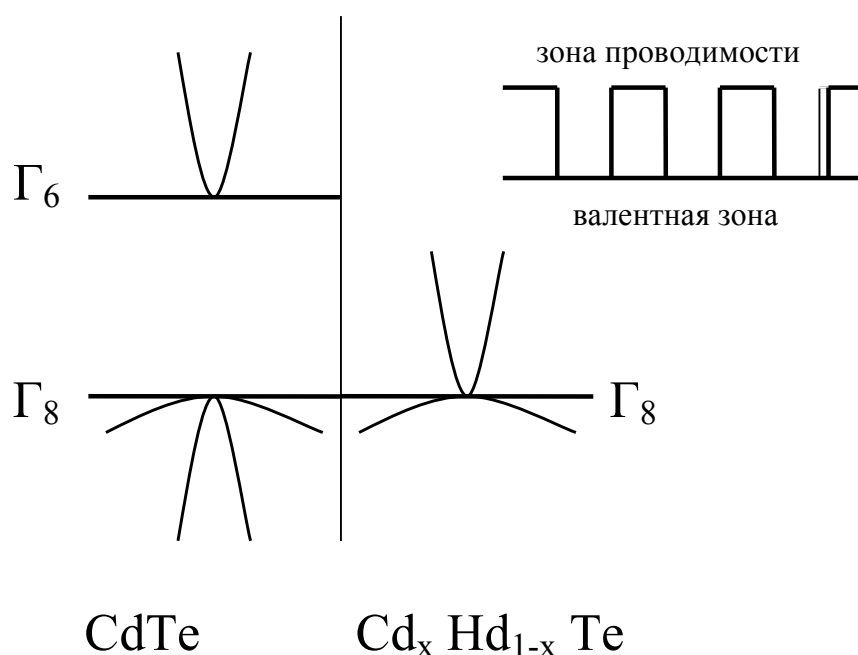


Рис. 1.14. Энергетическая диаграмма гетероперехода $Cd_xHg_{1-x}Te / CdTe$ при $0 < x < 0.16$

ной зоны полупроводника CdTe (1.49 эВ). Следует отметить, что разрыв дна зоны проводимости сопровождается изменением симметрии волновых функций от двукратно вырожденного с учетом спина неприводимого представления Γ_6 в CdTe до четырехкратно вырожденного Γ_8 в $Cd_xHg_{1-x}Te$ [14].

1.5.3. СР на основе кремния и МДП-структур

С учетом того, что современная микроэлектроника в основном базируется на Si, к созданию СР из этого материала были приложены особые усилия. К настоящему времени существуют монокристаллические СР типа $Si/Si_{1-x}Ge_x$ и аморфные из гидрогенизированного аморфного кремния ($\alpha-Si:H$) и гидрогенизированного аморфного германия ($\alpha-Ge:H$), или нитрида кремния ($\alpha-Si_{1-x}N_x:H$), или карбида кремния ($\alpha-Si_{1-x}C_x:H$). Решетки эти не являются изопериодическими, хотя имеют гетерограницы в основном бездефектные и почти атомно гладкие [14].

Сверхрешетку на основе кремния также можно получить с помощью МОП-структуры (металл-оксид кремния-кремний), которая является частным случаем МДП-структур (металл-диэлектрик-полупроводник).

СР на основе МДП-структур получают с помощью нанесения точечного электрода в виде тонких параллельных металлических нитей на

поверхность диэлектрика [14]. При подаче напряжения на электрод V_z порядка ширины запрещенной зоны полупроводника (см. выше) образуется одномерный периодический потенциал для электронов инверсионных слоев.

1.5.4. Легированные СР

Периодическими легированными СР из КЯ называются структуры, состоящие из периодически чередующихся слоев одного и того же полупроводника, легированных донорами и акцепторами. В этих структурах электроны с доноров из слоев n -типа переходят на акцепторы в слои p -типа. Объемное разделение зарядов в случае достаточно узких слоев создает периодическую совокупность параболических потенциальных ям. Для электронов эти ямы располагаются в слоях n -типа, а для дырок в слоях p -типа (рис. 1.15). Таким образом, легированная СР является ковариантной или СР второго типа (рис. 1.11 б). В некоторых решетках слои n и p -типа разделяются слоями с собственной проводимостью. Решетки такого типа получили название *nipi*-СР [4].

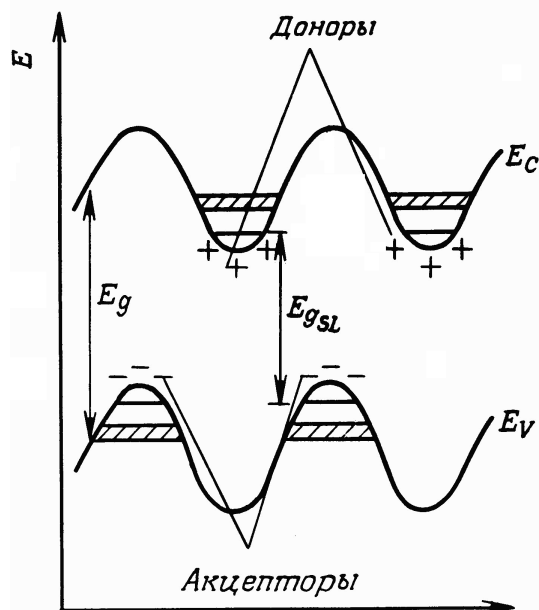


Рис. 1.15. Энергетическая диаграмма легированной СР.

Для создания легированной СР можно использовать практически любой полупроводник, допускающий легирование примесями n и p -типа. Чаще всего для этого используется GaAs, получаемый методом молекулярно лучевой эпитаксией. Первые легированные СР были получены в 1981 г. из тонких слоев GaAs с периодом от 5 нм до 300 нм, ле-

гированных атомами Si в качестве доноров и атомами Be в качестве акцепторов.

Преимуществом легированных СР по сравнению с композиционными является то, что относительно малая концентрация легирующих примесей в них (10^{17} - 10^{18} см⁻³) вносит несущественные искажения в решетку исходного материала. Следовательно, легированные СР не содержат типичных для композиционных СР гетерограниц, с которыми связаны возможности разупорядочения состава или появления напряжений несоответствия. Кроме этого путем должного подбора уровней легирования ширину эффективной запрещенной зоны в этих СР можно менять в широких пределах—от нуля до ширины запрещенной зоны исходного материала [14].

1.5.5. Композиционно-легированные СР

Композиционные СР, в которых легированы слои одного из полупроводников или обоих (в этом случае тип проводимости слоев должен быть разным) называются композиционно-легированными. Наибольший интерес среди таких решеток представляют композиционные контрвариантные СР GaAs / Al_xGa_{1-x}As с легированным широкозонным слоем *n*—

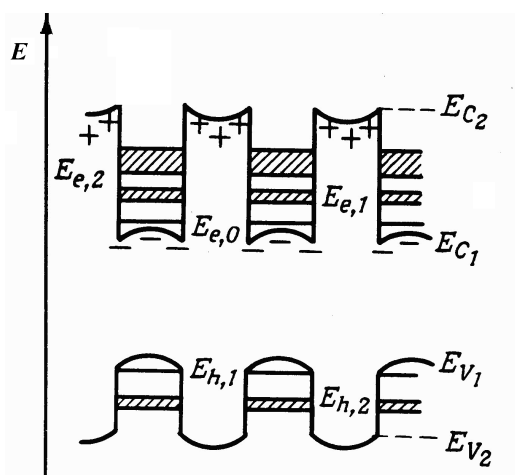


Рис. 1.16. Энергетическая диаграмма композиционно-легированной СР типа *i*-GaAs / *n*-Al_xGa_{1-x}As [14].

типа. За счет того, что энергия донорных состояний в Al_xGa_{1-x}As находится выше дна зоны проводимости GaAs, электроны из широкозонного слоя переходят в нелегированный узкозонный слой, пространственно разделяясь с породившими их донорами. Таким образом, все подвижные носители заряда при достаточно низких температурах локализуются в слоях GaAs, где их движение вдоль гетерограниц—планарный перенос—происходит практически без рассеяния на ионах примеси, что соот-

ветствует очень высокой подвижности. Как и в легированных СР, пространственное разделение зарядов приводит к появлению периодического электростатического потенциала, что вызывает изгибы краев зон, превращая прямоугольные КЯ в КЯ параболического типа (рис. 1.16).

1.5.6. Квазипериодические и непериодические СР

К квазипериодическим относятся такие сверхрешетки, которые образуются чередованием двух структурных элементов А и В, каждый из которых состоит из барьера и ямы. Все эти элементы отличаются либо шириной КЯ, либо шириной (высотой) барьера [1]. По своим свойствам квазипериодические СР занимают промежуточное положение между периодическими и совершенно неупорядоченными СР.

Среди непериодических СР следует выделить те, в которых параметры чередующихся слоев изменяются по определенному закону. В СР Фибоначчи [15] последовательное увеличение слоев в решетке происходит по закону Фибоначчи, согласно которому каждый последующий член ряда – часть решетки S_n – образуется как последовательное соединение двух предыдущих: $S_n = S_{n-2} + S_{n-1}$. Так, например, $S_1 = AB$, $S_2 = BA$, $S_3 = ABBA$, $S_4 = BAABBA$ и т.д. Существуют и другие законы образования. Особенностью таких СР является фрактальная структура энергетического спектра и самоподобие спектра плотности состояний. Это выражается в том, что в решетках с достаточно большим количеством слоев структура спектра плотности состояний в целом оказывается такой же, как и в небольшом интервале энергий [1].

2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР

2.1. Изолированные квантовые ямы, нити, точки

Согласно зонной теории твердого тела энергетический спектр и волновые функции носителей заряда во внешнем поле являются решением стационарного уравнения Шредингера в приближении эффективной массы²

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right\} \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

где $V(\mathbf{r})$ – энергия носителя заряда во внешнем поле, E – энергия, отсчитанная от края зоны носителей заряда в отсутствии внешнего поля, m^* –

² Для простоты будем предполагать, что энергетический спектр носителей заряда у края зоны описывается скалярной эффективной массой.

эффективная масса носителей заряда в окрестности края зоны, $\psi(\mathbf{r})$ —волновая функция в приближении эффективной массы—огибающая.

2.1.1. Квантовые ямы

Для одномерной изолированной квантовой ямы с осью z перпендикулярной ее слоям уравнение (2.1) принимает вид

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) \right\} \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}). \quad (2.2)$$

Это уравнение допускает решение методом разделения переменных с функцией

$$\psi_{\mathbf{k}_\perp m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) \phi_m(z), \quad (2.3)$$

где S —площадь сечения КЯ, перпендикулярная оси z ; $\mathbf{k}_\perp = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j}$ —двумерный волновой вектор, описывающий свободное движение вдоль КЯ. Огибающая функция³ $\phi_m(z)$ с граничными условиями $\phi(-\infty) = \phi(+\infty) = 0$ является решением одномерного уравнения Шредингера для движения поперек КЯ

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right\} \phi_m(z) = E_m \phi_m(z). \quad (2.4)$$

В случае прямоугольной бесконечно-глубокой КЯ шириной a , где

$$V(z) = \begin{cases} 0, & -\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2} \\ \infty, & \frac{a}{2} \leq |z| \end{cases}$$

решением уравнения (2.4) с граничными условиями $\phi\left(-\frac{a}{2}\right) = \phi\left(+\frac{a}{2}\right) = 0$ является стоячая волна:

³ В приближении эффективной массы волновой функцией является произведение огибающей функции на периодическую часть функции Блоха, соответствующей краю невозмущенной зоны носителей заряда.

$$\varphi_m(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(m \frac{\pi}{a} z\right), & m = 2n + 1 \\ \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(m \frac{\pi}{a} z\right), & m = 2n \end{cases}. \quad (2.5)$$

Как известно, для ее образования необходимо, чтобы на длине распространения укладывалось целое число полуволин

$$a = m \frac{\lambda_m}{2}, \quad (2.6)$$

Из этого условия следует, что волновой вектор вдоль оси z может принимать только дискретные значения

$$k_z = \frac{\sqrt{2m^* E}}{\bullet} = k_m = \frac{\pi}{a} m. \quad (2.7)$$

С учетом формулы (2.7) и свободного движения вдоль КЯ полная энергия, соответствующая огибающей функции (2.3), равна

$$E_m(\mathbf{k}_\perp) = \frac{\bullet}{2m^*} \left(k_\perp^2 + \frac{\pi^2}{a^2} m^2 \right) = \frac{\bullet}{2m^*} k_\perp^2 + E_m. \quad (2.8)$$

Из формулы (2.8) для разрешенных значений энергии, соответствующих движению поперек КЯ, получаем

$$E_m = \frac{\pi^2 \bullet}{2m^* a^2} m^2, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.9)$$

Формула (2.9) описывает дискретный спектр размерного квантования в прямоугольной бесконечно глубокой КЯ. Разрешенные значения энергии при заданных значениях m и всех значениях \mathbf{k}_\perp , представляют собой подзоны, на которые, в результате размерного квантования, расщепляется зона носителей заряда в отсутствии внешнего поля. Квантовое число m представляет номер подзоны.

В случае прямоугольной потенциальной ямы конечной глубины дискретные уровни энергии E_m , лежащие внутри КЯ, т.е. ниже высоты потенциального барьера V_b , являются решениями трансцендентного уравнения

$$\cos(k_z a) + \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right) \sin(k_z a) = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{где} \quad k_z = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\bullet}; \quad \gamma = \sqrt{\frac{m_a^*}{m_b^*} \left(\frac{V_b}{E} - 1 \right)}; \quad (2.11)$$

m_a^* , m_b^* —эффективные массы носителей заряда полупроводников, из которого состоит потенциальная яма и барьер. Число этих уровней удовлетворяет условию

$$1 \leq m \leq 1 + \frac{\pi}{a} \frac{\sqrt{2m_a^* V_b}}{\bullet}. \quad (2.12)$$

У огибающих волновых функций $\varphi_m(z)$ появляются экспоненциальные хвосты, характерная глубина проникновения которых в потенциальные барьеры равна обратной величине коэффициента затухания, равного

$$\sqrt{\frac{2m_b(V_b - E_m)}{\bullet^2}}.$$

В случае треугольной КЯ, характерной для МДП-структур и одиночных гетеропереходов, потенциальная энергия, ограничивающая движения вдоль оси симметрии структуры, равна

$$V(z) = \begin{cases} eFz, & z > 0 \\ \infty, & z = 0 \end{cases}, \quad (2.13)$$

где F —напряженность однородного электростатического поля в инверсионном слое, e —элементарный заряд. Для такой потенциальной ямы разрешенные уровни энергии приближенно задаются выражением

$$E_m \approx \left(\frac{\bullet^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi eF}{2} \left(m - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.14)$$

Для параболической КЯ в легированных симметричных периодических структурах⁴ потенциальную энергию носителей заряда можно представить в виде

$$V(z) = \frac{1}{2} m^* \omega_p^2 z^2, \quad (2.15)$$

где

⁴ Легированной симметричной периодической структурой называется периодически легированный полупроводник, в котором концентрация легирующей примеси и толщина слоев n и p -типа одинаковы.

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^*} \quad (2.16)$$

—квадрат плазменной частоты свободных носителей заряда; $N = N_D = N_A$ —концентрация ионизирующей примеси в слоях n и p -типа; ε_0 —электрическая постоянная; ε_∞ —высокочастотная диэлектрическая проницаемость. В такой яме разрешенные уровни энергии спектра размерного квантования совпадают со спектром квантового гармонического осциллятора

$$E_m = \hbar \omega_p \left(m + \frac{1}{2} \right), \quad m = 0, 1, \dots, \infty \quad (2.17)$$

2.1.2. Квантовые нити

Для квантовых нитей, в которых для определенности движение вдоль оси z будем считать свободным, потенциальная энергия является функцией координат x и y . Решением уравнения (2.1) в этом случае является огибающая функция

$$\psi_{k_z m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \phi_m(x, y), \quad (2.18)$$

где k_z —компонента волнового вектора, соответствующая свободному движению вдоль оси z ; L —длина квантовой нити; $\phi_m(x, y)$ —огибающая функция, описывающая движение в плоскости сечения перпендикулярной оси нити и являющаяся решением уравнения

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right) + V(x, y) \right\} \phi_m(x, y) = E_m \phi_m(x, y) \quad (2.19)$$

с граничными условиями $\phi_m = 0$ на бесконечности. Энергетический спектр носителей заряда в квантовой нити, соответствующий огибающим функциям (2.18), как и в случае квантовой ямы, состоит из двух частей—энергии свободного движения, являющейся непрерывной функцией k_z , и дискретных уровней энергии размерного квантования E_m :

$$E_m(k_z) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2 + E_m. \quad (2.20)$$

Все уровни энергии при заданных квантовых числах m^5 , как и в случае КЯ, образуют подзону.

В простейшем случае, когда потенциальную энергию можно представить в виде двух прямоугольных бесконечно глубоких КЯ шириной a вдоль оси x и b вдоль оси y –

$$V(x, y) = V_a(x) + V_b(y), \quad (2.21)$$

решением уравнения (2.19) являются огибающие функции, представляющие собой произведение функций вида (2.5)–

$$\varphi_m(x, y) = \varphi_{m_x m_y}(x, y) = \varphi_{m_x}(x) \varphi_{m_y}(y). \quad (2.22)$$

Энергия уровней размерного квантования, соответствующая этим функциям равна

$$E_m = E_{m_x m_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{m_x}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{b} \right)^2 \right]. \quad m_x, m_y = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.23)$$

2.1.3. Квантовые точки

В КТ движение носителей заряда ограничено по всем трем координатам. Огибающие функции носителей заряда являются решениями уравнения (2.1), которые описывают локализованное движение и зависят от трех квантовых чисел⁶. Энергетический спектр этого движения является дискретным и имеет атомный вид. Если потенциальную энергию носителя заряда в КТ можно представить в виде суммы потенциальных энергий трех прямоугольных бесконечно глубоких ям

$$V(\mathbf{r}) = V_a(x) + V_b(y) + V_c(z), \quad (2.24)$$

огибающая функция будет иметь вид произведения трех функций вида (2.5)

$$\varphi_m(\mathbf{r}) = \varphi_{m_x m_y m_z}(x, y, z) = \varphi_{m_x}(x) \varphi_{m_y}(y) \varphi_{m_z}(z). \quad (2.25)$$

Этой функции будет соответствовать энергия уровней размерного квантования равная сумме энергий движения вдоль каждой из осей–

⁵ В квантовой нити значку m соответствует два квантовых числа, задающих локализованное состояние двумерного движения в плоскости x, y .

⁶ Без учета спина.

$$E_m = E_{m_x m_y m_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[\left(\frac{m_x}{a} \right)^2 + \left(\frac{m_y}{b} \right)^2 + \left(\frac{m_z}{c} \right)^2 \right].$$

$$m_x, m_y, m_z = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.26)$$

2.2. Одномерные сверхрешетки

В сверхрешетках из квантовых ям носители заряда с энергией ниже потенциального барьера могут туннельным способом переходить из одной потенциальной ямы в другую. В случае периодических СР волновые функции в приближении эффективной массы являются решением уравнения (2.2) с периодической функцией потенциальной энергии вдоль оси роста (симметрии) решетки. Если ось z совпадает с осью симметрии, огибающая волновой функции, согласно теореме Блоха, принимает следующий вид

$$\Psi_{m\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \phi_{mk_z}(z). \quad (2.27)$$

$\phi_{k_z m}(z)$ — периодическая часть функции Блоха, соответствующей движению вдоль оси z

$$\phi_{mk_z}(z + d \cdot n) = \phi_{mk_z}(z), \quad (2.28)$$

где $d = a + b$ — период СР, состоящий из квантовой ямы и барьера шириной a и b соответственно; n — целое число. Собственные значения энергии функции (2.27) равны

$$E_m(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + E_m(k_z), \quad (2.29)$$

где $E_m(k_z)$ — периодическая функция энергии, соответствующая функции $\phi_{k_z m}(z)$ —

$$E_m\left(k_z + \frac{2\pi}{d}n\right) = E_m(k_z), \quad \left(-\frac{N}{2} \leq n < \frac{N}{2}\right) \quad (2.30)$$

N — число периодов СР. Согласно теореме Блоха, неэквивалентные значения компоненты волнового вектора k_z меняются в пределах первой зоны Бриллюэна СР

$$-\frac{\pi}{d} \leq k_z < \frac{\pi}{d}. \quad (2.31)$$

Все уровни энергии при заданном значении m составляют минизону, в которой энергия является квазинепрерывной функцией волнового вектора k . Квантовое число m соответствует номеру минизоны.

В случае прямоугольных квантовых ям и барьеров—приближение Кронига-Пенни—значения энергии $E_m(k_z)$ являются решением трансцендентного уравнения⁷

$$\cos(ka) \operatorname{ch}(sb) + \frac{I}{2} \left(\gamma - \frac{I}{\gamma} \right) \sin(ka) \operatorname{sh}(sb) = \cos(k_z d), \quad (2.32)$$

$$\text{где} \quad k = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\hbar}; \quad s = \frac{\sqrt{2m_b^* (V_b - E)}}{\hbar}; \quad \gamma = \frac{sm_a^*}{km_b^*}. \quad (2.33)$$

В уравнении (2.32) использованы те же обозначения, что и в уравнении (2.10). При $sb \rightarrow \infty$, что имеет место при $V_b > E$ и $b \rightarrow \infty$, уравнение (2.32) переходит в уравнение (2.10) для изолированных прямоугольных КЯ конечной глубины. При $sb \gg I$, когда вероятность туннелирования между КЯ становится малой, СР называются решетками со слабо взаимодействующими КЯ. Приближение, которое используется для расчета энергетического спектра и волновых функций таких СР, называется приближением сильной связи. Название этого приближения учитывает тот факт, что носители заряда, за счет сильного взаимодействия с КЯ, в которой находятся, почти все время проводят в ней, лишь изредка туннелируют в другие ямы. Для энергетического спектра носителей заряда из решения уравнения (2.32) в приближении сильного взаимодействия получаем

$$E_m(k_z) = E_m + (-I)^m \frac{\Delta_m}{2} \cos(k_z d), \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.34)$$

где E_m —решения уравнения (2.10), Δ_m —ширина минизоны⁸. На рис. 2.1. представлен энергетический спектр первой (основной) и второй (первой возбужденной) минизон, определяемый формулой (2.34).

Для основной минизоны дисперсия энергии по k_z имеет вид

$$E_1(k_z) = E_1 - \frac{\Delta_1}{2} \cos(k_z d). \quad (2.35)$$

⁷ Уравнение Кронига-Пенни.

⁸ Шириной минизоны называется интервал энергии между максимальным и минимальным значением энергии в зоне.

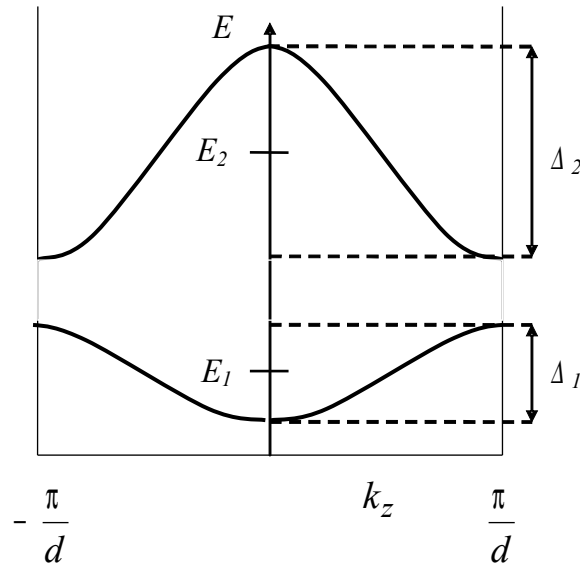


Рис. 2.1 Энергетический спектр основной и первой возбужденной минизон СР в приближении сильной связи.

При малых значениях k_z , раскладывая в ряд функцию косинуса, для носителей заряда можно ввести эффективную массу вдоль оси z

$$E_1(k_z) = E_1 - \frac{\Delta}{2} + \frac{\hbar^2}{2m_z^*} k_z^2, \quad (2.36)$$

где
$$m_z^* = \frac{2\hbar^2}{\Delta d^2}. \quad (2.37)$$

Следовательно, энергетический спектр носителей заряда в окрестности дна минизоны, с учетом энергии свободного движения вдоль КЯ, можно описать с помощью тензора анизотропной эффективной массы. Значение m_z^* , за счет ее зависимости от ширины минизоны, можно изменять в широких пределах, изменяя конструктивные параметры СР. Для узких минизон $m_z^* \gg m^*$.

2.3. Локализованные состояния

Из зонной теории твердого тела известно, что локализованные состояния⁹ носителей заряда появляются в полупроводниках при наличии примесных атомов, различного рода дефектов кристаллической решетки или при низких температурах. В последнем случае говорят об экситонах как о свободных квазичастицах, состоящих из электрона и дырки. Так как эти локализованные состояния формируются из волновых функций

⁹ Локализованным называется состояние, волновая функция которого принимает отличные от нуля значения в некоторой ограниченной области пространства.

носителей заряда, наличие размерного квантования в низко размерных структурах существенным образом влияет и на них.

2.3.1. Мелкие водородоподобные примеси¹⁰

Энергетический спектр водородоподобной примеси в квантовой яме в приближении скалярной эффективной массы рассчитывается с помощью стационарного уравнения Шредингера

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.38)$$

с граничными условиями $\psi = 0$ на бесконечности, где $V(z)$ — потенциальная энергия носителя заряда в КЯ, z_0 — координата примесного иона в КЯ. Решения этого уравнения существенным образом зависят от ширины квантовой ямы a относительно боровского радиуса¹¹ r_B основного состояния примеси в объемном полупроводнике, из которого состоит КЯ.

Для бесконечно глубокой КЯ при $a \ll r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon \hbar^2}{e^2 m^*}$, так как $x, y \sim r_B$, а $|z - z_0| \sim a$, уравнение (2.38) существенно упрощается и допускает решение методом разделения переменных в виде

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(\mathbf{r}_\perp) \phi_m(z), \quad (2.39)$$

где $\phi_m(z)$ — огибающая волновой функции уровней размерного квантования в КЯ, определяемая формулами (2.5), $f_n(\mathbf{r}_\perp)$ — огибающая волновой функции примесных состояний двумерной водородоподобной примеси, являющаяся решением уравнения

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{x^2 + y^2}} \right\} f_n(\mathbf{r}_\perp) = E_n f_n(\mathbf{r}_\perp) \quad (2.40)$$

с граничными условиями $f = 0$ на бесконечности. Собственные значения функций (2.39) равны

$$E_{nm} = E_n + E_m = E_m - R^* \left(n - \frac{1}{2} \right)^{-2}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.41)$$

¹⁰ Примесные атомы, однозарядные ионы которых взаимодействуют с носителем заряда по закону Кулона.

¹¹ Характеризует размеры примесного атома в основном состоянии.

где $R^* = \frac{m^*}{2m} \frac{1}{r_B^2}$ – эффективный ридберг, E_m – энергия уровней размер-

ного квантования в КЯ, определяемая формулой (2.9).

Из формулы (2.41) следует, что каждому уровню размерного квантования с номером m соответствует целый спектр примесных состояний с различным значением квантового числа n . При $m > 1$ все эти уровни находятся в области непрерывного энергетического спектра подзон КЯ. Носители заряда на этих дискретных уровнях долго находиться не могут и за счет большой плотности состояний в подзонах быстро на них переходят. Поэтому эти примесные состояния, которые называются резонансными, имеют конечное время жизни и, следовательно, конечную ширину даже в отсутствии столкновений [1]. Основное примесное состояние ($m = n = 1$) находится ниже дна первой подзоны на величину $4R^*$, что в четыре раза больше энергии связи или ионизации основного состояния водородоподобной примеси в объемном полупроводнике. Таким образом наличие размерного квантования приводит к появлению резонансных примесных состояний и существенному увеличению энергии связи.

Если ширина a бесконечно глубокой КЯ сравнима с r_B , согласно уравнению (2.38) энергия всех примесных состояний, включая и резонансные, будет зависеть от положения примеси относительно стенок КЯ, т.е. от координаты z_0 . Наличие этой зависимости приводит к появлению в запрещенной зоне КЯ примесной зоны, состоящей из уровней основного состояния примеси, которая располагается в КЯ случайным образом. Численный расчет этой зоны показал, что ее дисперсия по z_0 характеризуется максимальным значением энергии ионизации в центре прямоугольной КЯ и уменьшением этой энергии при приближении к ее стенкам.

При большой ширине КЯ ($a \gg r_B$) влияние стенок на примесные атомы, удаленные от них на расстояние большее чем r_B , будет незначительным. Следовательно энергия ионизации основного состояния этих атомов не изменится.

На рис. 2.2. представлена качественная зависимость энергии ионизации основного состояния водородоподобной примеси в центре бесконечно глубокой прямоугольной КЯ от ее ширины, где R_a^* и R_b^* – эффективные ридберги в квантовой яме и барьере.

Для водородоподобной примеси с координатами x_0 и y_0 в плоскости сечения, перпендикулярного оси квантовой нити, уравнение (2.38) преобразуется к виду

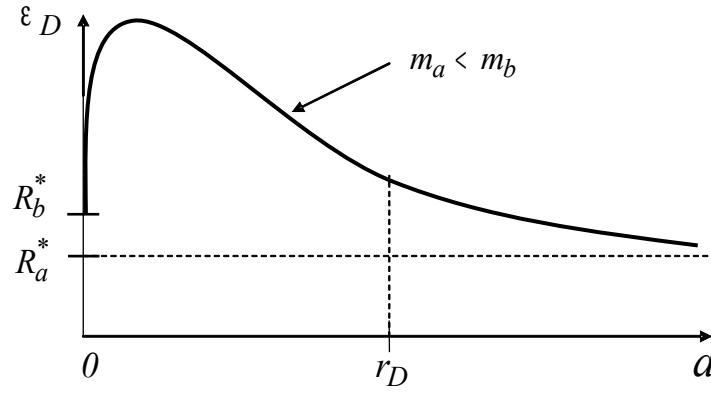


Рис. 2.2. Зависимость энергии ионизации основного состояния водородоподобной примеси в центре бесконечно глубокой прямоугольной КЯ от ее ширины.

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(x, y) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (2.42)$$

В предельном случае двумерной КЯ, состоящей из двух прямоугольных бесконечно глубоких потенциальных ям (см. (2.21)), при $a, b \ll r_B$ уравнение (2.42) упрощается и допускает решение методом разделения переменных с огибающей функцией

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(z) \phi_m(\mathbf{r}_\perp), \quad (2.43)$$

где $\phi_m(\mathbf{r}_\perp)$ — огибающая функция уровней размерного квантования в КН, $f_n(z)$ — огибающая волновой функции примесных состояний одномерной водородоподобной примеси, являющаяся решением уравнения

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{z} \right\} f_n(z) = E_n f_n(z) \quad (2.44)$$

с граничными условиями $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$,

$$\text{где} \quad E_n = -\frac{R^*}{(n-1)^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.45)$$

При $n = 1$ энергия основного состояния $E_1 = -\infty$. Это означает, что в предельном случае нулевого сечения КН водородоподобная примесь связанных состояний не имеет. Однако при конечных малых значениях этого сечения энергия связи может быть сколько угодно большой.

В короткопериодических СР для оценки энергии связи мелкой водородоподобной примеси можно воспользоваться уравнением Шредингера в приближении изотропной эффективно массы

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{1}{r} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (2.46)$$

где m_z^* — эффективная масса на дне первой минизоны. Из уравнения (2.38) следует, что энергия связи зависит от эффективных масс m^* и m_z^* как от параметров. Согласно численному решению этого уравнения для случая $m_z^* > m^*$ энергия связи изменяется в пределах от R^* при $m_z^* = m^*$ до $4R^*$ при $m_z^* \gg m^*$.

Из выше сказанного следует, что уменьшение размерности структуры от трехмерного объемного полупроводника к квазитрехмерной в СР, двумерной в КЯ и одномерной в КН приводит к увеличению энергии связи мелкой водородоподобной примеси.

В случае точных расчетов при решении уравнений (2.38), (2.42) и (2.46) необходимо учитывать различие эффективной массы носителей заряда и диэлектрической проницаемости в различных слоях рассматриваемых структур.

2.3.2. Экситоны Мотта¹²

Уравнение Шредингера для экситонов Мотта в КЯ аналогично уравнению (2.38) для мелкой водородоподобной примеси

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \nabla_h^2 + V_e(z_e) + V_h(z_h) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{1}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} \right\} \psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = E\psi(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h), \quad (2.47)$$

где индексы e и h относятся соответственно к электрону и дырке. В предельном случае бесконечно глубокой и узкой прямоугольной КЯ, когда ширина ямы много меньше боровского радиуса экситона в объемном

материале ($r_{ex} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon}{e^2} \frac{\hbar^2}{\mu}$, $\mu = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*}$), это уравнение решается методом разделения переменных с функцией

$$\psi_{K_\perp n m_e m_h}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{K}_\perp \cdot \mathbf{R}_\perp) \cdot f_n(\mathbf{r}_\perp) \phi_{em_e}(z_e) \phi_{hm_h}(z_h), \quad (2.48)$$

¹² Квазичастица из электрона и дырки, среднее расстояние между которыми много больше постоянной решетки.

где $\mathbf{R}_\perp = \frac{m_e^* \mathbf{r}_{e\perp} + m_h^* \mathbf{r}_{h\perp}}{m_e^* + m_h^*}$, $\mathbf{r}_\perp = (\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)_\perp$ – радиус вектора центра тяжести и

относительного движения электрона и дырки в плоскости свободного движения экситона; \mathbf{K}_\perp – волновой вектор свободного движения экситона; $\varphi_{em}(z_e)$, $\varphi_{hm}(z_h)$ – огибающие функции уровней размерного квантования электрона и дырки в КЯ. Огибающая функция относительного движения электрона и дырки внутри связанного экситона $f_n(\mathbf{r}_\perp)$ является решением уравнения (2.40) с нулевым граничным условием, в котором эффективную массу m^* нужно заменить на приведенную или оптическую эффективную массу носителей заряда μ . Энергия связанных состояний двумерного экситона, как и энергия локализованных состояний двумерной водородоподобной примеси определяется формулой (2.41) с

эффективным ридбергом $R_{ex}^* = \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r_{ex}^2}$. Согласно этой формуле в пре-

дельном случае энергия связи двумерного экситона, как и энергия связи двумерной водородоподобной примеси в четыре раза больше чем в трехмерном случае. Это означает, что экситонные эффекты в низкоразмерных структурах должны проявляться при температурах существенно более высоких, чем в трехмерных полупроводниках.

Полная энергия двумерного экситона, соответствующая огибающей волновой функции (2.48) включает энергию электрона и дырки в подзонах КЯ, энергию свободного движения экситона как целого и энергию связи электрона и дырки

$$\begin{aligned} E_{m_e m_h n}(\mathbf{K}_\perp) &= E_{m_e}^e + E_{m_h}^h + E(\mathbf{K}_\perp) + E_n \\ &= E_g + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2a^2} \left(\frac{m_e^2}{m_e^*} + \frac{m_h^2}{m_h^*} \right) + \frac{\hbar^2 \mathbf{K}_\perp^2}{2(m_e^* + m_h^*)} - R_{ex}^* \left(n - \frac{1}{2} \right)^{-2}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Из формулы (2.48) следует, что каждой паре подзон, одна из которых электронная, а другая дырочная, соответствует спектр экситонных состояний с различными значениями квантового числа n и волнового вектора \mathbf{K}_\perp . Если прямой экситон возникает за счет поглощения фотона, его квазиимпульс можно считать равным нулю. Т.к. согласно закону сохранения импульса при энергии фотона близкой к ширине запрещенной зоны полупроводника его импульс пренебрежимо мал по сравнению с тепловым импульсом электронов и дырок.

Рассмотрение экситонных эффектов в квантовых нитях является более сложным, чем в квантовых ямах. Однако с достаточно хорошей точностью можно считать, что энергия связи экситона в КН отличается от соответствующей энергии связи водородоподобной примеси заменой m^* на μ [1], т.е. может быть как угодно большой.

В наиболее распространенных полупроводниках, к которым принадлежат Ge, Si и соединения A^3B^5 , валентная зона которых носит сложный характер и содержит ветви тяжелых и легких дырок, существует два типа экситонов и акцепторных примесных состояний, связанных с этими дырками [1].

2.4. Размерное квантование во внешних полях

Наличие сильного внешнего поля, энергия взаимодействия с которым сравнима с энергией носителей заряда в самосогласованном кристаллическом поле, приводит к изменению их энергетического спектра и волновых функций. Поля, в которых это происходит, называются квантовыми, в отличие от классических полей, которые не меняют энергетический спектр, изменяя распределение носителей заряда по состояниям.

2.4.1. Двумерные системы в магнитном поле

Влияние магнитного поля на энергетический спектр и волновые функции носителей заряда в квантовых ямах определяется с помощью уравнения Шредингера. Это уравнение получается из уравнения (2.1), в котором оператор импульса следует заменить на оператор обобщенного импульса в магнитном поле

$$\left\{ \frac{1}{2m^*} (-i \nabla - e\mathbf{A})^2 + V(z) \right\} \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad (2.49)$$

где \mathbf{A} – векторный потенциал индукции магнитного поля [$\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{A})$]. Решение этого уравнения существенно зависит от направления вектора \mathbf{B} относительно плоскости двумерного слоя. Рассмотрим два случая. В первом случае этот вектор будет направлен вдоль плоскости двумерного слоя – предположим по оси x . Во втором случае – перпендикулярно этому слою.

В первом случае векторный потенциал для однородного магнитного поля можно выбрать в виде $\mathbf{A} = (0, -Bz, 0)$. При этом уравнение (2.49) для бесконечно глубокой прямоугольной КЯ принимает вид, когда его можно решить методом разделения переменных с функцией

$$\psi_{k_{\perp}m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}) \phi_m(z - z_0). \quad (2.50)$$

Эта функция описывает состояния свободного движения электрона вдоль оси x и локализованного движения в плоскости yz . Локализованному движению соответствует функция $\phi_m(z - z_0)$, которая является решением уравнения

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (z - z_0)^2 \right\} \phi_m(z - z_0) = E_m \phi_m(z - z_0)$$

с нулевыми граничными условиями $\phi(-\infty) = \phi(+\infty) = 0$, где $z_0 = -\frac{\hbar k_y}{eB}$,

$\omega_c = \frac{eB}{m^*}$ — циклотронная частота. Это уравнение является аналогом уравнения квантового гармонического осциллятора, совершающего колебания относительно точки равновесия z_0 , движение которого дополнительно ограничено квантовой ямой. Собственные значения энергии E_m , соответствующие этому уравнению, представляют собой дискретные уровни.

Влияние магнитного поля на энергетический спектр, очевидно, будет возрастать, если ширина КЯ будет увеличиваться. При условии

$$a \gg \lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}, \quad (2.51)$$

где λ — магнитная длина, равная по величине радиусу характерной орбиты носителя заряда в магнитном поле, собственные значения энергии будут равны энергиям гармонического квантового осциллятора

$$E_m = \hbar \omega_c \left(m + \frac{1}{2} \right), \quad m = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2.52)$$

Для полупроводников в магнитном поле эти энергии носят название уровней Ландау.

При $a \ll \lambda$ ограничение в движении, связанное с магнитным полем будет незначительным и для бесконечно глубокой прямоугольной КЯ формула (2.52) перейдет в формулу (2.9). Из формул (2.9) и (2.52) следует, что при условии (2.51) зазор между уровнями размерного квантования с ростом магнитного поля возрастает. Таким образом, с помощью продольного магнитного поля можно влиять на энергетический спектр в КЯ.

Собственные значения энергии огибающих волновых функций (2.50) являются вырожденными по квантовому числу k_y и имеет вид (2.20), где k_z нужно заменить на k_x . Из этого следует, что КЯ в продольном магнитном поле является аналогом квантовой нити.

Во втором случае для магнитного поля, поперечного двумерному слою и направленного вдоль оси z , векторный потенциал можно выбрать в виде $A = (0, Bx, 0)$. В этом случае решением уравнения (2.49) вместо функции (2.50) будет функция

$$\Psi_{k_y, nm}(\mathbf{r}) = f_n(x - x_0) \varphi_m(z), \quad (2.53)$$

где $\varphi_m(z)$ – огибающая волновой функции уровней размерного квантования КЯ, определяемая формулой (2.5); $f_n(x - x_0)$ – решение уравнения Шредингера для квантового гармонического осциллятора с нулевыми граничными условиями

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 \right\} f_n(x - x_0) = E_n f_n(x - x_0),$$

где $x_0 = -\frac{\hbar k_y}{eB}$. Собственные значения энергии, соответствующие функциям (2.53), представляют собой дискретные уровни, вырожденные по квантовому числу k_y , равные с учетом формул (2.9) и (2.52)

$$E_{nm} = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} m^2. \quad (2.54)$$

Согласно этой формуле, в поперечном магнитном поле КЯ становится аналогом квантовой точки, в которой движение ограничено по всем трем направлениям.

С учетом того, что координата x_0 точки равновесия гармонического осциллятора или центра вращения носителей заряда вокруг силовых линий магнитного поля может принимать значения в пределах ширины КЯ вдоль оси X ($-L_x/2 \leq x_0 < L_x/2$), компонента волнового вектора вдоль оси Y может изменяться в пределах $-\frac{eBL_x}{2\hbar} \leq k_y < \frac{eBL_x}{2\hbar}$. С учетом того, что плотность волновых векторов вдоль оси Y равна $2\pi/L_y$, где L_y – ширина КЯ вдоль оси Y , степень вырождения уровня энергии (2.54), равная числу возможных значений k_y при заданном значении поля B равно $eBL_x L_y / 2\pi \hbar$.

Наличие спина у носителей заряда приводит к дополнительной энергии их в магнитном поле, зависящей от проекции спина на вектор индукции магнитного поля. В результате этого каждый уровень энергии (2.54) расщепляется на два. Как показывает анализ, этим расщеплением по сравнению с энергетическим зазором между уровнями Ландау в большинстве случаев можно пренебречь. Тогда с учетом спина степень вырождения уровня энергии (2.54), рассчитанная на единицу площади плоскости двумерного слоя носителей заряда, будет равна

$$\eta = \frac{eB}{\pi} \bullet. \quad (2.55)$$

Влияние магнитного поля на физические свойства, связанные с изменением энергетического спектра и волновых функций носителей заряда, очевидно, будет иметь место для таких полей, в которых частота вращения носителей заряда вокруг силовых линий должна быть много больше частоты рассеяния, а энергетический зазор между уровнями Ландау много больше их средней энергии:

$$\omega_c \gg \frac{2\pi}{\tau}, \quad \frac{kT}{\bullet}, \quad \frac{\xi}{\bullet}, \quad (2.56)$$

где ξ – приведенный уровень Ферми для вырожденных носителей заряда. Такие поля называются квантующими.

2.4.2. Квантовые ямы и сверхрешетки в электрическом поле

Влияние однородного электрического поля на энергетический спектр носителей заряда в изолированных КЯ и СР из КЯ также, как и в случае с магнитным полем, существенно зависит от направления вектора напряженности электрического поля \mathbf{F} относительно слоев гетероструктур. Наиболее существенно это влияние проявляется в сверхрешетках, если направление \mathbf{F} перпендикулярно этим слоям. В этом случае уравнение Шредингера (2.1) с периодической потенциальной энергией вдоль оси z и потенциальной энергией электрона в однородном электрическом поле принимает вид

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFz \right\} \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad (2.57)$$

где $V(z + d \cdot n) = V(z)$, d – период СР. Решения этого уравнения методом разделения переменных имеют вид (2.3) с функцией $\phi_n(z)$, которая яв-

ляется решением уравнения Шредингера для одномерного движения электрона вдоль оси симметрии СР

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + eFz \right\} \varphi_n(z) = E_n \varphi_n(z) \quad (2.58)$$

с нулевыми граничными условиями $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$. В случае изолированной КЯ этому уравнению соответствует дискретный спектр разрешенных уровней энергии, значение которых является функцией электрического поля. Т.е. характер энергетического спектра для изолированной КЯ в однородном электрическом поле не меняется.

Для СР с периодическим потенциалом $V(z)$, в приближении огибающих функций [10], это уравнение с нулевыми граничными условиями принимает вид

$$\left\{ E_m \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \right) + eFz \right\} \varphi_{mn}(z) = E_{mn} \varphi_{mn}(z), \quad (2.59)$$

где $E_m(-i\hbar \frac{\partial}{\partial z})$ – зависимость энергии в минизоне СР с номером m , определяемая формулой (2.31), в которой компонента волнового вектора k_z заменена на дифференциальный оператор. С учетом симметрии уравнения (2.59), огибающую волновой функции и ее собственные значения энергии можно представить в виде

$$\varphi_{mn}(z) = \varphi_{m0}(z - d \cdot n), \quad E_{mn} = E_{m0} + \hbar \omega_s \cdot n, \quad \left(-\frac{N}{2} \leq n < \frac{N}{2} \right) \quad (2.60)$$

где $\omega_s = \frac{eFd}{\hbar}$ – частота Ванье-Штарка, N – число периодов СР. Функция $\varphi_{m0}(z)$ является решением уравнения (2.58) при $E = E_{m0}$. Таким образом, зная одно из решений уравнения (2.59) для некоторой минизоны, можно найти все остальные. Из формулы (2.60) следует, что каждая минизона в электрическом поле перпендикулярном слоям СР, претерпевает штарковское расщепление на N дискретных эквидистантных¹³ уровней. Функции $\varphi_{mn}(z)$ являются локализованными в окрестности КЯ с номером n . Область локализации Δz_{mn} зависит от ширины минизоны ΔE_m и не зависит от номера КЯ

¹³ Эквидистантными называются уровни, энергетический интервал между которыми одинаковый.

$$\Delta z_{mn} = z_{mn}^{max} - z_{mn}^{min} = \frac{\Delta E_m}{eF}. \quad (2.61)$$

В сильных электрических полях при условии $eFd \geq \Delta E_n$ функция $\varphi_{mn}(z)$ становится локализованной внутри одной КЯ с номером n . Выполнение этого условия в СР соответствует штарковской локализации уровней.

С учетом выше сказанного, в приближении огибающих решением уравнения (2.57) является функция

$$\psi_{\mathbf{k}_\perp mn}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp) \varphi_{mn}(z), \quad [\varphi_{mn}(-\infty) = \varphi_{mn}(+\infty) = 0] \quad (2.62)$$

с собственным значением энергии

$$E_{mn}(\mathbf{k}_\perp) = E_{m0} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_\perp^2 + \hbar \omega_s \cdot n. \quad (2.63)$$

Согласно (2.63) в случае штарковской локализации уровней в каждой КЯ сверхрешетки имеется спектр разрешенных уровней энергии, аналогичный спектру изолированной КЯ. Совокупность разрешенных уровней энергии с заданным номером минизоны называется «штарковской лесенкой». Следовательно в квантовом электрическом поле квазинепрерывный спектр каждой минизоны СР превращается в спектр из эквидистантных дискретных уровней «штарковской лесенки».

Если вектор \mathbf{F} направлен параллельно слоям гетероструктуры, уравнение (2.57) для изолированной КЯ принимает вид

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFx \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (2.64)$$

а решение этого уравнения методом разделения переменных

$$\psi_{k_y x_0 m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \exp(ik_y y) f(x - x_0) \varphi_m(z), \quad (2.65)$$

где $\varphi_m(z)$ – решение уравнения (2.2) для уровней размерного квантования в изолированной КЯ без поля; $f(x)$ – решение одномерного уравнения Шредингера для движения вдоль поля

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + eFx \right\} f(x) = 0, \quad (2.66)$$

с нулевыми граничными условиями $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$. Полная энергия, соответствующая функции (2.65) равна

$$E_m(k_y, x_0) = E_m + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_y^2 + eFx_0. \quad (2.67)$$

Для СР из КЯ функцию $\phi_m(z)$ в (2.65) нужно заменить на (2.28), а E_m в (2.67) на (2.30).

Из выше сказанного следует, что в продольном электрическом поле в КЯ и сверхрешетках из КЯ энергетический спектр носителей заряда изменяется таким же образом, как и в трехмерных структурах.

3. ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ И КОНЦЕНТРАЦИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

Как известно, большинство электрических и оптических свойств полупроводников зависит от концентрации свободных носителей заряда n . В свою очередь равновесная концентрация при заданной температуре и степени легирования зависит от энергетического спектра, а точнее, как и многие другие физические величины, от плотности состояний $\rho(E)$:

$$n = \int_{E_{min}}^{E_{max}} f_0(E) \rho(E) dE, \quad (3.1)$$

где $f_0(E) = 1 / \left[\exp\left(\frac{E - F}{k_0 T}\right) + 1 \right]$ — равновесная функция Ферми-Дирака, F — уровень Ферми. Функция плотности состояний — число разрешенных состояний с энергией от E до $E + dE$, рассчитанное на единицу энергии. Если известно число состояний $N(E)$ с энергией от E_{min} до E , функцию плотности состояний можно рассчитать по формуле

$$\rho(E) = \frac{dN(E)}{dE}. \quad (3.2)$$

Согласно определению

$$N(E) = \sum_m \theta(E - E_m), \quad (3.3)$$

$\theta(x)$ — функция Хевисайда, равная нулю при $x < 0$ и равная 1 при $x > 0$; m — полный набор квантовых чисел, определяющих состояние с данной энергией, с учетом спиновых составляющих.

3.1. Изолированные квантовые ямы и нити

С учетом (2.8) формула для функции $N(E)$ в изолированной КЯ принимает вид

$$N(E) = \sum_m N_m(E), \quad (3.4)$$

где $N_m(E)$ – число разрешенных состояний в подзоне номера m с энергией от E_m^{min} до E :

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_{\perp}} \theta(E - E_m(k_{\perp})) = \frac{Sm^*}{\pi} (E - E_m) \theta(E - E_m). \quad (3.5)$$

Формула получена с помощью перехода от суммирования по k_{\perp} к интегрированию. Фактор 2 перед суммой учитывает наличие у электрона спина. С учетом (3.2) для плотности состояний, рассчитанной на единицу площади слоя КЯ, получаем

$$\rho_s(E) = \sum_m \rho_{sm}(E) = \rho_s \sum_m \theta(E - E_m), \quad (3.6)$$

где
$$\rho_s = \frac{m^*}{\pi} \quad (3.7)$$

–поверхностная (двумерная) плотность состояний в двумерной подзоне КЯ, не зависящая от энергии и номера подзоны. На рис. 3.1 представлена ступенчатая зависимость двумерной плотности состояний от энер-

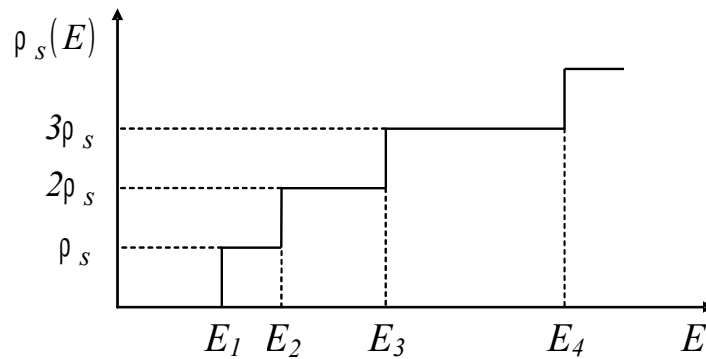


Рис. 3.1. Зависимость поверхностной плотности состояний в изолированной КЯ от энергии в окрестности дна зоны проводимости (вершины валентной зоны).

гии, определяемая формулой (3.6). Характерной особенностью этой за-

висимости является одинаковая высота ступенек, имеющая место в приближении¹⁴ независимости m^* от номера подзоны.

С учетом формул (3.1) и (3.6), для поверхностной концентрации носителей заряда имеем

$$n_s = \sum_m n_{sm}, \quad (3.8)$$

где

$$n_{sm} = \rho_s \int_{E_{min}}^{E_{max}} f_0(E) \theta(E - E_m) dE = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E + E_m) dE = N_s \ln \left[1 + \exp \left(\frac{F - E_m}{k_0 T} \right) \right] \quad (3.9)$$

—поверхностная концентрация в подзоне с номером m , $N_s = \rho_s \cdot k_0 T$ — эффективная плотность состояний в подзоне. В одноподзонном приближении, когда носители заряда в основном находятся в нижней подзоне ($k_0 T \ll E_2 - E_1 \sim \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$)

$$n_s = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E) dE = N_s \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right], \quad (3.10)$$

где $\xi = F - E_1$ — приведенный уровень Ферми. Для предельных случаев невырожденного газа носителей заряда и вырожденного из формулы (3.10) для поверхностной концентрации в одноподзонном приближении получаем

$$n_s = \begin{cases} N_s \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right), & \xi < -k_0 T \\ N_s \frac{\xi}{k_0 T}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases}. \quad (3.11)$$

Формула (3.11) аналогична формуле для концентрации невырожденных электронов в трехмерных структурах, если в ней заменить трехмерную объемную плотность состояний на двумерную поверхностную.

Для квантовых нитей формула (3.5) с учетом (2.20) принимает следующий вид

¹⁴ При точных расчетах значение m^* зависит от номера подзоны за счет проникновения волновых функций в барьеры, величина которого зависит от энергии.

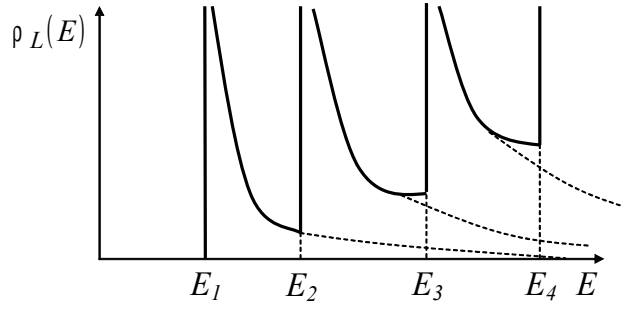


Рис. 3.2. Зависимость линейной плотности состояний в изолированной КН от энергии в окрестности дна зоны проводимости (вершины валентной зоны).

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_z} \theta(E - E_m(k_z)) = 2 \frac{L_z \sqrt{2m^*(E - E_m)}}{\pi} \theta(E - E_m), \quad (3.12)$$

где L_z — длина КН. Для плотности состояний, рассчитанной на единицу длину КН — линейная плотность состояний — из формулы (3.2) с учетом (3.3) и (3.12) получаем

$$\rho_L(E) = \sum_m \rho_{Lm}(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi} \sum_m \frac{\theta(E - E_m)}{\sqrt{E - E_m}}. \quad (3.13)$$

На рис. 3.2 представлена качественная зависимость функции $\rho_L(E)$ для изолированной КН. Из рисунка следует, что эта плотность состояний является аналогом плотности состояний трехмерных структур в однородном магнитном поле. Отличительной особенностью от трехмерного случая является отсутствие периодической зависимости в чередовании пиков, наличие которой в объемных полупроводниках определяется эквидистантным характером уровней Ландау.

Для линейной концентрации носителей заряда с учетом (3.1) и (3.13) после несложных преобразований получаем

$$n_L = \frac{2\sqrt{2m^*}}{\pi} \sum_m \int_0^\infty \sqrt{E + E_m} \left[- \frac{\partial f_0(E + E_m)}{\partial E} \right] dE. \quad (3.14)$$

В одноподзонном приближении для предельных случаев вырождения из формулы (3.14) следует

$$n_L = \begin{cases} N_L \exp\left(\frac{\xi}{k_0 T}\right), & \xi < -k_0 T \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_L \left(\frac{\xi}{k_0 T}\right)^{1/2}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases}. \quad (3.15)$$

где $N_L = \sqrt{\frac{2m^* k_0 T}{\pi \hbar^2}}$ – линейная эффективная плотность состояний в подзоне КН.

3.2. Сверхрешетки

Для сверхрешеток из КЯ, с учетом формулы (2.29) для энергетического спектра, формула (2.27) для числа разрешенных состояний в минизоне с энергией меньше E после несложных преобразований принимает вид

$$N_m(E) = 2 \sum_{\mathbf{k}} \theta(E - E_m(\mathbf{k})) = \frac{Vm^*}{2\pi^2 \hbar^2} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} \theta(E - E_m(k_z)) dk_z, \quad (3.16)$$

где $V = SL_z = SNd$ – объем СР, состоящей из N периодов величиной d с площадью слоя S . Расчет по этой формуле предполагает знание дисперсии энергии в минизоне, которая определяется из решения уравнения (2.2) с периодической функцией потенциальной энергии. В предельном случае слабо взаимодействующих КЯ (см. (2.34)), что соответствует ширине минизон близкой к нулю ($\Delta_m \approx 0$), формула (3.16) переходит в формулу (3.5) умноженную на число периодов СР, равное числу КЯ:

$$N_m(E) = \frac{Vm^*}{\pi \hbar^2 d} (E - E_m) \theta(E - E_m). \quad (3.17)$$

Для объемной плотности состояний в предельном случае получаем формулу аналогичную (3.6)

$$\rho_V(E) = \sum_m \rho_{Vm}(E) = \rho_V \sum_m \theta(E - E_m), \quad (3.18)$$

$$\text{где} \quad \rho_V = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 d} \quad (3.19)$$

–объемная (трехмерная) плотность состояний в минизоне КЯ, не зависящая от энергии и номера минизоны. На рис. 3.3 представлена зависимость плотности состояний СР от энергии в окрестности дна зоны проводимости (вершины валентной зоны) в предельном случае и в случае $\Delta_m \neq 0$. Из рисунка следует, что при наличии взаимодействия между КЯ форма ступенек плотности состояний изменяется. Вместо скачка при подключении более высокой минизоны происходит непрерывный переход в пределах ширины этой минизоны. Очевидно, что с ростом взаимодействия между КЯ форма кривой плотности состояний непрерывно бу-

дет переходить в кривую плотности состояний объемного полупроводника.

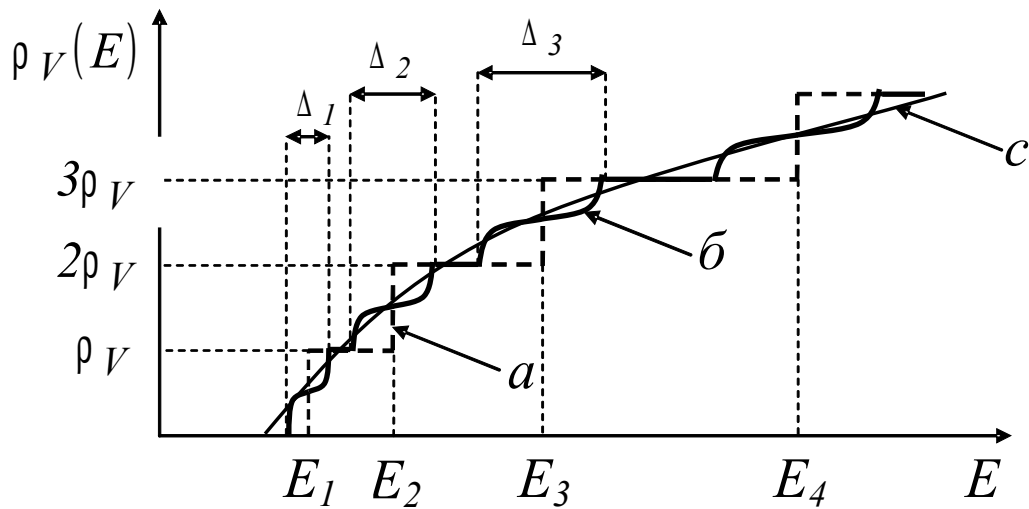


Рис. 3.3. Зависимость плотности состояний СР от энергии в окрестности дна зоны проводимости (вершины валентной зоны): а) $\Delta_m = 0$; б) $\Delta_m \neq 0$; с) трехмерная плотность.

Для объемной концентрации носителей заряда в СР из слабо взаимодействующих КЯ в одноминизонном приближении получается формула, аналогичная (3.10), в которой следует заменить n_s на n_v , а N_s на $N_v = \rho_v k_0 T$:

$$n_v = N_v \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] = \frac{m^* k_0 T}{\pi^2 d} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\xi}{k_0 T} \right) \right]. \quad (3.20)$$

В предельных случаях вырождения из (3.20) получаются формулы, аналогичные (3.11).

4. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Основными характеристиками оптических свойств полупроводников и структур на их основе является дисперсия комплексного показателя преломления N , как функции частоты или длины волны света [16]. В изотропном случае распространение света вдоль оси x связано с комплексным показателем преломления формулой

$$F(x, t) = F_0 \exp \left[i \omega \left(\frac{N(\omega) \cdot x}{c} - t \right) \right], \quad (4.1)$$

где \mathbf{F} —световой вектор¹⁵, $N(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega)$, $n(\omega)$ —вещественный показатель преломления, $\kappa(\omega)$ —показатель поглощения. Так как плотность энергии света пропорциональна квадрату модуля светового вектора, ее зависимость от координаты в поглощающей среде с учетом (4.1) определяется формулой

$$w(x) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) |\mathbf{F}|^2 \sim \exp(-\alpha x), \quad (4.2)$$

где

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega \kappa(\omega)}{c} \quad (4.3)$$

—коэффициент поглощения. В общем случае коэффициент поглощения представляет собой аддитивную функцию, отдельные члены которой соответствуют поглощению света различными частицами или квазичастицами, которые входят в состав данной среды.

В полупроводниках основным видом поглощения является поглощение света на электронах¹⁶. Дисперсия коэффициента поглощения определяется энергетическим спектром и волновыми функциями электронов и дырок в рассматриваемой области частот. Согласно квантовой механике [17] поглощение света электронами в первом приближении теории возмущений происходит в результате оптических переходов электронов из состояний с меньшей в состояния с большей энергией. Таких переходов существует два вида—прямые, при которых выполняется закон сохранения квазиимпульса, и непрямые. Вероятность последних, а следовательно и значение коэффициента поглощения, связанного с ними, существенно меньше. Причиной этого является то, что при прямых переходах происходит взаимодействие электрона и фотона, а непрямые переходы предполагают взаимодействие их с третьей квазичастицей¹⁷.

4.1. Общие положения

Согласно квантовой механике выражение для коэффициента поглощения света за счет прямых оптических переходов в электронном газе полупроводниковых структур можно представить в виде [16]

¹⁵ Вектор напряженности электрического поля.

¹⁶ В одночастичном приближении зонной теории полупроводников электронами называются квазичастицы,двигающиеся в самосогласованном кристаллическом поле.

¹⁷ Этими квазичастицами могут быть фононы, ионы примеси, дефекты кристаллической решетки

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{nc\epsilon_0 F_0^2 V} \sum_{i>j} \sum_{\mathbf{k}} w_{ji}(\mathbf{k}) [f_0(E_{j\mathbf{k}}) - f_0(E_{i\mathbf{k}})], \quad (4.4)$$

где

$$w_{ji}(\mathbf{k}) = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{eF_0}{2m_0\omega} \right)^2 |P_{ij}(\mathbf{k})|^2 \delta(E_{i\mathbf{k}} - E_{j\mathbf{k}} - \hbar\omega) \quad (4.5)$$

—вероятность оптического перехода электрона из состояния с волновой функцией $\Psi_{j\mathbf{k}}$ в состояние $\Psi_{i\mathbf{k}}$; i, j — дискретные квантовые числа конечного и начального состояния (номер зоны); \mathbf{k} — квазидискретный волновой вектор, размерность которого определяется числом степеней свободного движения электронов. В объемных полупроводниках этот вектор трехмерный, в КЯ — двумерный, в КН — одномерный, в КТ — нульмерный; $E_{j\mathbf{k}} = E_j(\mathbf{k})$, $E_{i\mathbf{k}} = E_i(\mathbf{k})$ — энергия начального и конечного состояния электрона;

$$P_{ij}(\mathbf{k}) = \int_V \Psi_{i\mathbf{k}}^* \hat{s} \hat{p} \Psi_{j\mathbf{k}} dV \quad (4.6)$$

—матричный элемент проекции оператора импульса $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ на световой вектор; \mathbf{s} — единичный вектор, параллельный световому вектору; $n = n(\omega)$ — коэффициент преломления света; c — скорость света; F_0 — амплитуда светового вектора; m_0 — масса свободного электрона; $f_0(E)$ — равновесная функция Ферми-Дирака, значение которой для электронов в валентной зоне можно рассматривать близким к единице, а для электронов в зоне проводимости близким к нулю; V — объем, занимаемый электронным газом.

В области края собственного поглощения для разрешенных оптических переходов [16] в окрестности точки $\mathbf{k}=0$ зависимость коэффициента поглощения от частоты с учетом (4.4) можно представить в виде

$$\alpha(\omega) \cong \frac{C}{\omega} \sum_{j<i} |P_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega), \quad (4.7)$$

где индекс c соответствует зоне проводимости, v — валентной зоне; C — константа пропорциональности, в области края слабо зависящая от частоты за счет показателя преломления; матричный элемент импульса $P_{civj} = P_{civj}(0)$;

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_{\mathbf{k}} \delta(E_{ci}(\mathbf{k}) - E_{vj}(\mathbf{k}) - \omega) \quad (4.8)$$

—функция оптической плотности состояний. По физическому смыслу значение этой функции равняется числу разрешенных согласно законам сохранения энергии и импульса оптических переходов электронов между подзонами vj и ci за счет поглощения фотонов с энергией от ω до $\omega + \Delta \omega$, рассчитанному на единицу энергии $\Delta \omega$. Учитывая квазинепрерывный характер волнового вектора электрона, функцию оптической плотности можно рассматривать как производную по энергии перехода от числа всех возможных вертикальных переходов электронов из подзоны vj в подзону ci с энергией до ω :

$$\rho_{civj}(\omega) = \frac{d}{d\omega} \sum_{\mathbf{k}} \theta(\omega - E_{ci}(\mathbf{k}) + E_{vj}(\mathbf{k})). \quad (4.9)$$

Из формулы (4.9) следует, что функция оптической плотности является аналогом функции плотности состояний (см. (3.2)-(3.3)).

4.2. Межзонное поглощение в квантовых ямах и сверхрешетках

Поглощение света за счет оптических переходов электронов из состояний в валентной зоне в состояния зоны проводимости называется межзонным или собственным. Этот вид поглощения в полупроводниках является наиболее сильным и важным с точки зрения использования в различных приборах оптоэлектроники.

В случае изолированных КЯ волновые функции начального и конечного состояния электронов при межзонном поглощении с учетом (2.3) имеют следующий вид

$$\psi_{vk_{\perp}j}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}) \phi_{vj}(z) u_v(\mathbf{r}), \quad (4.10)$$

$$\psi_{ck_{\perp}i}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}) \phi_{ci}(z) u_c(\mathbf{r}), \quad (4.11)$$

где $u_v(\mathbf{r})$ и $u_c(\mathbf{r})$ — периодические части волновых функций Блоха, соответствующих вершине валентной зоны и дну зоны проводимости объемного полупроводника, из которого состоит КЯ. Собственные значения энергии этих функций, отсчитанные от дна зоны проводимости и вершины валентной зоны, с учетом (2.8) равны

$$E_{vj}(\mathbf{k}_{\perp}) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2, \quad (4.12)$$

$$E_{ci}(\mathbf{k}_{\perp}) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2, \quad (4.13)$$

Матричный элемент импульса (4.6) с учетом вида функций (4.10), (4.11) равняется

$$P_{civj}(\mathbf{k}_{\perp}) = \int_V \psi_{ck_{\perp}i}^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \psi_{vk_{\perp}j}(\mathbf{r}) dV = P_{cv} \cdot S_{cmvm'}, \quad (4.14)$$

где

$$P_{cv} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} u_c^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} u_v(\mathbf{r}) dV, \quad (4.15)$$

- матричный элемент проекции оператора импульса на световой вектор, определяющий вероятность межзонного оптического перехода в области края собственного поглощения объемного прямозонного полупроводника, из которого состоит КЯ; Ω - объем элементарной ячейки этого полупроводника;

$$S_{civj} = \int_L \phi_{ci}^*(z) \phi_{vj}(z) dz, \quad (4.16)$$

интеграл перекрытия огибающих функций, определяющий дополнительные правила отбора для вероятности межзонного оптического перехода между подзонами одномерной КЯ; L – эффективная ширина КЯ с учетом туннелирования электронов в потенциальные барьеры (ПБ). В приближении бесконечно глубоких КЯ с учетом формул для огибающих (2.5) интеграл перекрытия принимает два возможных значения:

$$S_{civj} = \delta_{ij}. \quad (4.17)$$

Из формулы (4.17) следует, что межзонное оптическое поглощение в рассматриваемом случае имеет место только между подзонами с одним и тем же номером. В случае КЯ конечной высоты за счет туннелирования электронов в барьеры возможным становится поглощение, связанное с переходами между подзонами разного номера, но одной и той же четности. Однако интенсивность этого поглощения будет намного слабее, чем поглощение между подзонами с одним и тем же номером.

С учетом выше приведенных формул (4.7)-(4.17) выражение для коэффициента поглощения света в КЯ в области края собственного поглощения принимает следующий вид

$$\alpha_{cv}(\omega) = \frac{2\pi e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon_0 m_0^2 \omega V} \sum_{ij} |S_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega), \quad (4.18)$$

где $\rho_{civj}(\omega)$ - функция оптической плотности (4.8), равная

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_{\mathbf{k}_\perp} \delta(E_{ci}(\mathbf{k}_\perp) - E_{vj}(\mathbf{k}_\perp) - \hbar\omega) = \frac{m_{op} S}{2\pi \hbar^2} \theta(\hbar\omega - E_g - E_{civj}), \quad (4.19)$$

где $E_g = E_c - E_v$ - ширина запрещенной зоны объемного полупроводника; $E_{civj} = E_{ci} + E_{vj}$; m_{op} - оптическая эффективная масса или эффективная масса оптической плотности состояний

$$1/m_{op} = 1/m_n + 1/m_p. \quad (4.20)$$

Как указывалось ранее, зависимость функции оптической плотности совпадает с зависимостью плотности состояний от энергии в отдельных подзонах разрешенных зон (см. (3.6)).

С учетом (4.19) формула (4.18) принимает следующий вид:

$$\alpha_{cv}^{KY}(\omega) = A_{cv}^{KY} \cdot \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{KY}|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}), \quad (4.21)$$

где $E_{cv\beta} = E_g + E_{civj} = E_g + E_{ci} + E_{vj}$; $\beta = (i, j)$ - совокупность квантовых чисел, соответствующих подзоне валентной зоны с номером j и подзоне зоны проводимости с номером i ;

$$A_{cv}^{KY} \approx \frac{m_{op} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon_0 m_0^2 \hbar E_g a} \quad (4.22)$$

- константа, значение которой определяется параметрами объемного полупроводника, из которого состоит КЯ, и шириной квантовой ямы $a \approx V/S$; S_{civj}^{KY} - интеграл перекрытия волновых функций, определяемый формулой (4.16) или (4.17).

Согласно формуле (4.21) край собственного поглощения света в КЯ характеризуется следующими свойствами (рис.4.1):

1) Край полосы собственного поглощения, определяемый шириной запрещенной зоны $E_g^{KY} = E_{cv1} = E_g + E_{c1v1}$, сдвигается в область более высоких частот по сравнению с объемным полупроводником.

2) Дисперсия коэффициента поглощения в области края в общем случае носит ступенчатый характер. Каждой ступеньке соответствует до-

полнительный вклад в межзонное поглощение от переходов между одной из подзон валентной зоны и подзоной зоны проводимости. В связи с

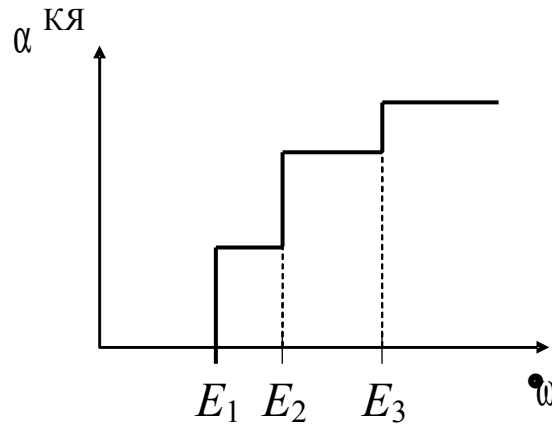


Рис. 4.1. Спектр собственного поглощения КЯ в области пороговой частоты:

$$E_1 = E_g^{KY} ; E_n = E_{cv\beta} .$$

этим коэффициент собственного поглощения света КЯ на пороговой частоте не равен нулю в отличие от объемного полупроводника.

3) Спектр коэффициента поглощения не зависит от поляризации света и слабо зависит от температуры.

4) В КЯ, симметричных относительно центра, поглощение света между подзонами определяется дополнительными правилами отбора, зависящими от четности состояний в подзонах.

Для периодических СР из КЯ волновые функции начального и конечного состояния электронов при межзонном поглощении с учетом (2.27) имеют следующий вид

$$\psi_{vj\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \phi_{vj k_z}(z) u_v(\mathbf{r}), \quad (4.23)$$

$$\psi_{ci\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \phi_{ci k_z}(z) u_c(\mathbf{r}), \quad (4.24)$$

Собственные значения энергии этих функций, отсчитанные от дна зоны проводимости и вершины валентной зоны, с учетом (2.29) равны

$$E_{vj}(\mathbf{k}) = E_v - E_{vj}(k_z) - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2, \quad (4.25)$$

$$E_{ci}(\mathbf{k}) = E_c + E_{ci}(k_z) + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2, \quad (4.26)$$

В приближении квазидвумерного электронного газа, для контравариантных СР из слабо взаимодействующих КЯ, с учетом формул (4.24)-(4.26), выражение для коэффициента поглощения имеет вид (4.21), что и для изолированной КЯ:

$$\alpha_{cv}^{CP}(\hbar\omega) = A_{cv}^{CP} \cdot \sum_{\beta} \left| S_{cv\beta}^{CP} \right|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}), \quad (4.27)$$

$$\text{где } A_{cv}^{CP} = \frac{a}{d} A_{cv}^{KЯ}; \quad S_{cv\beta}^{CP} = S_{civj}^{CP} \approx \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \psi_{ci0}^*(z) \psi_{vj0}(z) dz. \quad (4.28)$$

Для рассматриваемых СР свойства собственного поглощения в области края, как и следовало ожидать, совпадают со свойствами этого поглощения в отдельной КЯ (рис. 4.2). Наличие коэффициента поглощения, отличного от нуля на пороговой частоте, дает возможность использовать СР вместо объемных полупроводников для создания квантовых генераторов с существенно более низким значением порогового тока. Влияние дисперсии энергии минизон по компоненте волнового вектора k_z , описываемой формулой (2.34), приводит к тому, что ступенчатый характер края межзонного поглощения света сглаживается (рис.4.2).

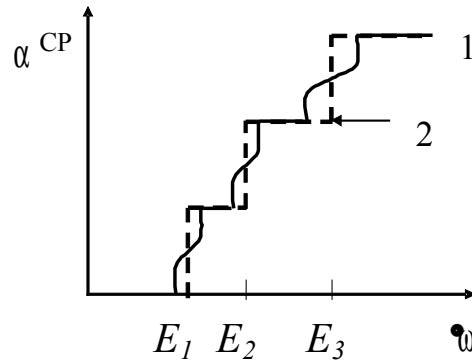


Рис. 4.2. Спектр собственного поглощения СР в области пороговой частоты:
1-с учетом, 2-без учета дисперсии минизон.

При низких температурах за счет влияния экситонных эффектов форма края собственного поглощения в изолированных КЯ и СР из слабо взаимодействующих КЯ изменяется. На рис. 4.3 приведена качественная зависимость коэффициента поглощения в области края собственно-

го поглощения с учетом пиков поглощения на связанных экситонах и кулоновского взаимодействия электронов и дырок [1].

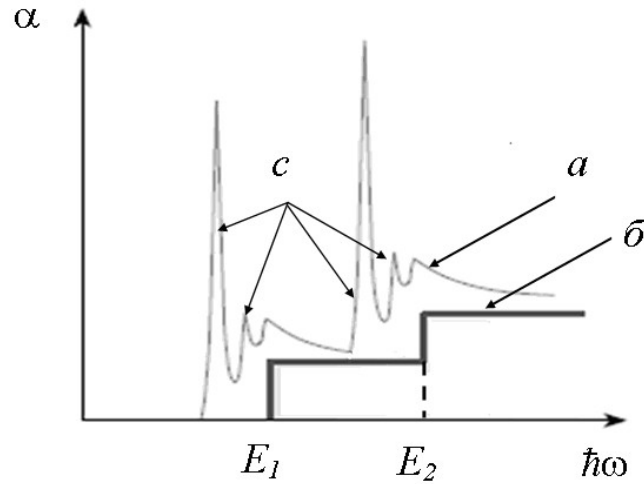


Рис. 4.3. Спектр поглощения КЯ и СР в области края собственного поглощения: а) с учетом экситонных эффектов; б) без учета экситонных эффектов; в) пики поглощения на связанных экситонах.

4.3. Межзонное поглощение в квантовых нитях

Волновые функции начального и конечного состояния электронов в квантовых нитях при межзонном поглощении с учетом (2.18) имеют следующий вид

$$\psi_{vj k_z}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i k_z z) \phi_{vj}(x, y) u_v(\mathbf{r}), \quad (4.29)$$

$$\psi_{ci k_z}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(i k_z z) \phi_{ci}(x, y) u_c(\mathbf{r}), \quad (4.30)$$

Собственные значения энергии этих функций, отсчитанные от дна зоны проводимости и вершины валентной зоны, с учетом (2.20) равны

$$E_{vj}(k_z) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_z^2, \quad (4.31)$$

$$E_{ci}(k_z) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_z^2. \quad (4.32)$$

В отличие от КЯ электронный газ в КН является одномерным. Это приводит к существенному изменению оптической плотности состояний для межзонных переходов в КН по сравнению с КЯ, а, следовательно-

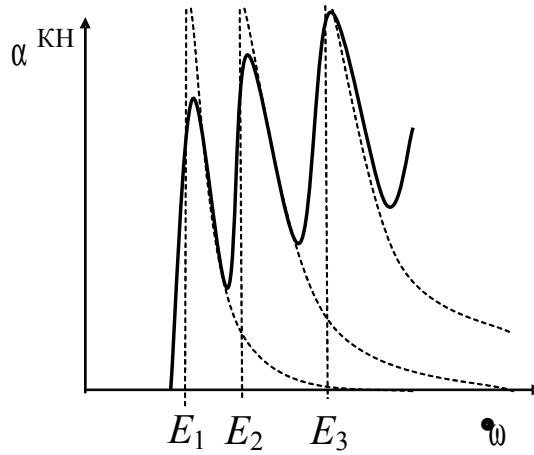


Рис.4.4. Спектр собственного поглощения квантовой нити в области пороговой частоты.

но, и к изменению спектра собственного поглощения. С учетом формул (4.29)-(4.32) для волновых функций и разрешенных значений энергии выражение (4.7) для коэффициента поглощения за счет прямых разрешенных переходов электронов между подзонами валентной зоны и зоны проводимости принимает следующий вид

$$\alpha_{cv}^{KH}(\omega) = A_{cv}^{KH} \cdot \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{KH}|^2 \frac{\theta(\omega - E_{cv\beta})}{(\omega - E_{cv\beta})^{1/2}}, \quad (4.33)$$

где

$$A_{cv}^{KH} \approx \frac{(2m_{op})^{1/2} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\epsilon_0 m_0^2 E_g S}; \quad S_{cv\beta}^{KH} = S_{civj}^{KH} = \int_S \phi_{ci}^*(x, y) \phi_{vj}(x, y) dS; \quad (4.34)$$

S – эффективная площадь поперечного сечения КН с учетом туннелирования электронов в потенциальный барьер. Согласно (4.33) спектр данного поглощения (рис. 4.4) аналогичен спектру осциллирующего поглощения света объемным полупроводником в магнитном поле [16]. Существенное отличие между этими спектрами поглощения связано с тем, что расстояние между осцилляциями коэффициента поглощения в объемном полупроводнике определяется величиной индукции магнитного поля, а в КН – конструктивными параметрами двумерной КЯ. Сплошной кривой на рис. 4.4 показан спектр поглощения с учетом взаимодействия электронов с колебаниями решетки (без учета экситонных эффектов). За счет этого взаимодействия высота осцилляционных пиков становится конечной, а ширина увеличивается.

4.4. Межподзонное поглощение в квантовых ямах и сверхрешетках

За счет появления в разрешенных энергетических зонах низкоразмерных структур подзон и минизон, в этих структурах появляется новый вид поглощения, связанный с прямыми оптическими переходами между подзонами одной и той же зоны. Это поглощение получило название межподзонного. Свойства данного вида поглощения рассмотрим на примере одномерных КЯ с двумерным электронным газом n -типа.

Матричный элемент оператора импульса (4.6), описывающий оптические переходы при этом поглощении, с учетом формулы (4.11) можно представить в виде

$$P_{cij}(\mathbf{k}_\perp) = \int_V \psi_{ci\mathbf{k}_\perp}^*(\mathbf{r}) \mathbf{s} \hat{\mathbf{p}} \psi_{cj\mathbf{k}_\perp}(\mathbf{r}) dV = P_{zij} \cos(\vartheta), \quad (4.35)$$

где

$$P_{zij} = \int_L \phi_{ci}^*(z) \hat{p}_z \phi_{cj}(z) dz, \quad (4.36)$$

ϑ - угол между вектором напряженности электрического поля световой волны и осью z , перпендикулярной плоскости КЯ; L – эффективная ширина КЯ.

Согласно формулам (4.35), (4.36) межподзонное поглощение в КЯ в отличие от межзонного имеет поляризационную зависимость, т.е. возможно только при наличии компоненты вектора напряженности электрического поля света вдоль оси z – поперек КЯ. Для симметричных КЯ конечной глубины матричный элемент оператора импульса (4.36) при $i > j$ отличен от нуля только в случае волновых функций начального и конечного состояния различной четности. В приближении бесконечно глубоких КЯ, с учетом вида волновых функций (2.5), матричный элемент оператора импульса для переходов между подзонами любой четности равен нулю. Следовательно, рассматриваемое поглощение имеет место только в КЯ конечной глубины.

С учетом (4.4), (4.5), выражения для разрешенных уровней энергии электронов (4.13) и матричного элемента оператора импульса (4.35), для коэффициента межподзонного поглощения света в КЯ получается следующая формула

$$\alpha_c(\omega) \approx A \sum_{i>1}^n |P_{zci}|^2 \cos(\vartheta)^2 \delta(\omega - E_{ci}), \quad (4.37)$$

где $A = \frac{\pi e^2}{2nc\epsilon_0 m_0^2 a}$; $E_{ci1} = E_{ci} - E_{cl}$; $n = n_s$ - концентрация электронов в

зоне проводимости, определяемая формулой (3.10); a - эффективная ширина КЯ. Формула (4.37) получена при условии, что концентрацией электронов во всех возбужденных подзонах, кроме основной (нижней), можно пренебречь. Это условие выполняется, если $E_{ci} - E_{cl} \gg kT$, т.е. для достаточно узких КЯ в области низких температур. Согласно Этой формуле межподзонное поглощение света в КЯ обладает следующими свойствами.

1) Спектр данного поглощения является селективным, т.е. поглощение имеет место при определенных значениях энергии фотонов $\hbar\omega_i = E_{ci1}$;

2) Частоты спектра этого поглощения лежат в ИК-области, т.к.

$$\hbar\omega_i \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_n a^2} \ll E_g.$$

3) Спектр существенно зависит от концентрации электронов, т.е. от степени легирования КЯ и температуры.

4) Величина коэффициента поглощения существенно зависит от поляризации света относительно оси, перпендикулярной плоскости КЯ.

5) В симметричных КЯ конечной глубины оптические переходы имеют место между подзонами разной четности.

В СР из одномерных КЯ n -типа выражение для дисперсии коэффициента поглощения за счет переходов между минизонами, в приближении сильной связи, имеет тот же вид, что и в изолированных КЯ. При этом в формуле (3.16) под n нужно понимать объемную равновесную концентрацию электронов в нижней минизоне СР:

$$n = n_{s1} / d, \quad (4.38)$$

$$P_{zci1} \approx \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \varphi_{ci0}^*(z) \hat{p}_z \varphi_{cl0}(z) dz \quad (4.39)$$

- матричный элемент z - компоненты оператора импульса между огибающими функциями (2.27) с $k_z = 0$ нижней минизоны и возбужденной минизоны с номером i .

Таким образом, свойства межминизонного поглощения света в рассматриваемых СР аналогичны межподзонному поглощению в одномерных КЯ с двумерным электронным газом.

В КЯ и СР p -типа межподзонное и межминизонное поглощение имеет тот же характер, что и в структурах n – типа. Это означает, что оно описывается формулами (4.37)-(4.39), в которых параметры подзон и минизон зоны проводимости и электронного газа следует заменить на соответствующие параметры подзон и минизон валентной зоны и газа свободных дырок.

При наличии рассеяния электронов дельта-функцию в формуле (4.37) следует заменить на функцию Лоренца -

$$\delta(\omega - E_{ci1}) \approx \frac{\Delta \omega}{\pi \left[(\omega - \omega_{ci1})^2 + \Delta \omega_{ci1}^2 \right]}, \quad (4.40)$$

где $\omega_{ci1} = E_{ci} - E_{cl}$; $\Delta \omega_{ci1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{ci}} + \frac{1}{\tau_{cl}} \right) \approx \frac{1}{\tau_c}$;

τ_c - среднее время релаксации импульса электронов в зоне проводимости. С учетом этого спектр межподзонного поглощения принимает фор-

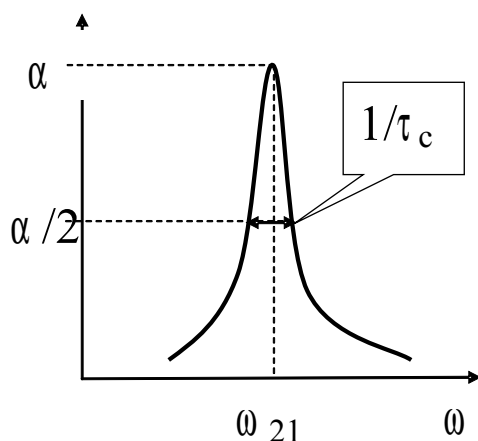


Рис. 4.5. Спектр межподзонного ИК-поглощения КЯ при высоких температурах с учетом рассеяния.

му пиков конечной высоты и ширины (рис. 4.5).

В СР форма пика данного поглощения сохраняется, если ширина минизон мала по сравнению с неопределенностью энергии оптического перехода связанного с рассеянием, т.е. при условии $\frac{1}{2}(\Delta_{ci} + \Delta_{cl}) \ll \tau_c$. В противном случае, как показано в работе [18], форма пика принимает более сложный вид (рис.4.6).

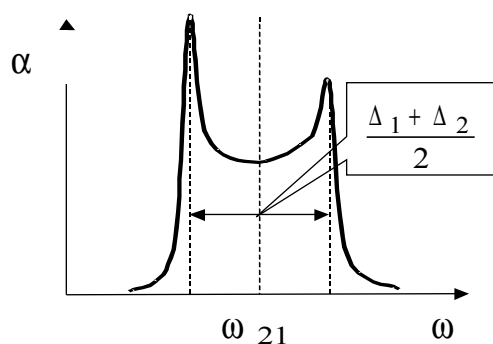


Рис. 4.6. Спектр межподзонного ИК-поглощения СР при условии слабого рассеяния – низких температур.

4.5. Фотодетекторы ИК-излучения

Для создания фотодетекторов ИК-излучения в качестве активных элементов обычно используются фоточувствительные гетероструктуры типа $n\text{-GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ из множества изолированных одномерных КЯ или СР из КЯ. Фотопроводимость в этих структурах для электрического вектора световой волны, направленного перпендикулярно слоям гетероструктуры, возникает за счет ИК-поглощения, которое может происходить двумя способами. В первом способе спектр поглощения формируется за счет оптических переходов электронов из нижней подзоны, лежащей в КЯ, в область квазинепрерывного энергетического спектра над потенциальным барьером, где подвижность носителей велика. В этом случае за счет фотоионизации КЯ [4] наблюдается широкая полоса поглощения, край которой соответствует прямому оптическому переходу

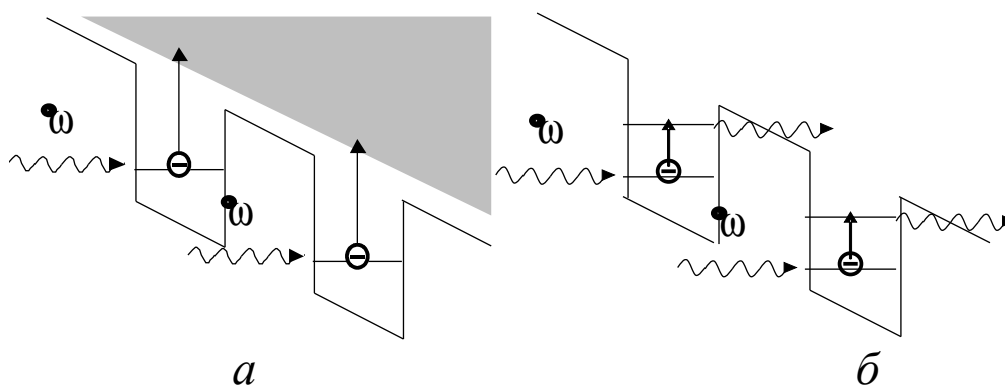


Рис. 4.7. ИК-поглощение КЯ в поперечном электрическом поле.

ду между нижним уровнем подзоны и краем континуума (рис. 4.7 а). Во втором способе селективный (см. выше) спектр поглощения формируется за счет межподзонных оптических переходов между нижней подзо-

ной КЯ и возбужденной с последующим туннелированием носителей заряда через потенциальный барьер в область континуума (рис. 4.7 б). Подбирая соответствующие конструктивные параметры для отдельных КЯ и СР, можно получить фотодетекторы как селективные, так и широкополосные для любых длин волн ИК-спектра.

В связи с тем, что рассматриваемое ИК-поглощение зависит от степени поляризации излучения относительно нормали к квантовым слоям,

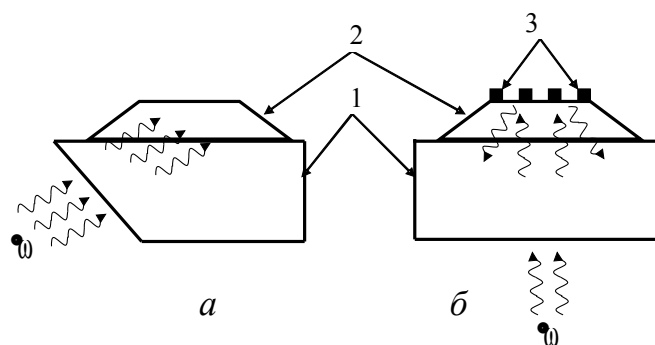


Рис. 4.8. Способы ввода ИК-излучения в фотоприемники с КЯ:

а – через скошенный торец подложки;

б – с помощью дифракционной решетки.

Цифрами обозначены: 1 – подложка; 2 – фоточувствительная структура с КЯ;

описанные фотоприемники должны содержать специальные приспособления, поляризующие падающий свет требуемым образом [1]. Для этого существуют два основных способа. Свет может направляться в фоточувствительную структуру под углом через скошенный торец подложки (рис. 4.8 *а*). В другом варианте свет проходит через подложку по нормали, а должную поляризацию приобретает после отражения от дифракционной решетки, специально нанесенной на верхнюю поверхность структуры (рис. 4.8 *б*).

Альтернативное решение проблемы поляризации, позволяющее избежать описанных выше конструктивных усложнений, возможно при создании фоточувствительных структур или из полупроводников с анизотропным энергетическим спектром электронов в зоне проводимости или из гетероструктур GaAs/Al_xGa_{1-x}As *p*-типа. В первом случае за счет электрического поля нормально падающей световой волны, электроны получают дополнительный импульс, перпендикулярный вектору электрического поля световой волны, что эквивалентно изменению этого импульса в поляризованном свете. Во втором случае, который используется на практике, фоточувствительность при нормальном падении света обеспечивается сложным энергетическим спектром валентной зоны алмазо-

подобных полупроводников, состоящей из подзон легких и тяжелых дырок. [18].

5. КИНЕТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Наличие размерного квантования в низкоразмерных полупроводниковых структурах существенным образом изменяет не только оптические, но и кинетические свойства носителей заряда. Изменения эти связаны прежде всего с изменением энергетического спектра и волновых функций электронов и дырок, а также с изменением характера и механизмов рассеяния. Так наличие подзон в КЯ и КН и минизон в СР приводит к межподзонному и межминизонному рассеянию, а наличие гетерограниц и твердых растворов в составе гетероструктур – к сплавному рассеянию и рассеянию на гетерограницах. Изменение фононного спектра приводит к изменению электрон-фононного рассеяния [18].

Анализируя кинетические явления в низкоразмерных полупроводниковых структурах основное внимание будем уделять электропроводности в классических и квантовых полях. Кроме этого рассмотрим влияние магнитного поля на перенос носителей заряда в КЯ – квантовый эффект Холла.

5.1. Неравновесная функция распределения в низкоразмерных структурах

Как известно, анализ электропроводности носителей заряда в полупроводниках в области классических электрических полей¹⁸ проводится с помощью неравновесной функции распределения. В случае низкоразмерных полупроводниковых структур и упругих механизмов рассеяния эта функция – $f_n(\vec{k})$ в однородном электрическом поле F является решением кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{q}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f_n(\vec{k}) = \sum_{n' \vec{k}'} w_{nn'}(\vec{k}, \vec{k}') (f_{n'}(\vec{k}') - f_n(\vec{k})), \quad (5.1)$$

где q – заряд электрона или дырки, $w_{nn'}(\vec{k}, \vec{k}')$ – вероятность рассеяния за единицу времени из состояния $|n\vec{k}\rangle$ в $|n'\vec{k}'\rangle$, n и n' – номера подзон или минизон. Наличие межподзонного или межминизонного рассеяния, которое проявляет себя при большой концентрации носителей, существенно усложняет решение уравнения (5.1). Для простоты в дальнейшем будем использовать одноминизонное приближение, считая, что все носи-

¹⁸ Классическими называются поля, влиянием которых на энергетический спектр и волновые функции носителей заряда можно пренебречь.

тели заряда находятся в нижней (основной) подзоне или минизоне, испытывая только внутривозонное или внутриминизонное рассеяние.

В области слабых электрических полей, когда отклонение функции распределения $\varphi(\vec{k})$ от равновесной $f_0(E)$ можно считать малым, уравнение (5.1) в одноминизонном приближении принимает следующий вид:

$$qF \vec{v}(\vec{k}) \frac{\partial}{\partial E} f_0(E) = \sum_{k'} w(\vec{k}, \vec{k}') (\varphi(\vec{k}') - \varphi(\vec{k})), \quad (5.2)$$

где $\varphi(\vec{k}) = f_I(\vec{k}) - f_0(E)$; $E = E_I(\vec{k})$ – энергия носителя заряда в основной подзоне или минизоне; $\vec{v}(\vec{k}) = \nabla_{\vec{k}} E / \hbar$ – скорость носителя заряда.

С учетом анизотропного характера низкоразмерных полупроводниковых структур для решения уравнения (5.2) можно использовать приближение тензора времени релаксации. В этом приближении для решения уравнения (5.2) получаем

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \sum_i \tau_i(E) F_i v_i(\vec{k}), \quad (5.3)$$

$$\frac{1}{\tau_i} = \sum_{k'} w(\vec{k}, \vec{k}') \left(1 - \frac{v_i(\vec{k}')}{v_i(\vec{k})} \right) \quad (5.4)$$

– компонента тензора времени релаксации в главных осях тензора обратной эффективной массы. Используя известное выражение, для плотности электрического тока, с учетом (5.3), получаем

$$j_i = \frac{2}{V} q \sum_{\vec{k}} \varphi(\vec{k}) v_i(\vec{k}) = \sum_j \sigma_{ij} F_j, \quad (5.5)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{V} e^2 \sum_{\vec{k}} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_j v_i v_j \quad (5.6)$$

– компонента тензора удельной проводимости.

5.2. Планарный перенос в квантовых ямах

Для двумерного газа носителей заряда в одномерных КЯ неравновесная добавка к функции распределения (5.3) с учетом симметрии запишется в виде

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) F_{\perp} \vec{v}(\vec{k}), \quad (5.7)$$

где $\tau_{\perp} = \tau_x = \tau_y$. При этом скалярное значение удельной проводимости принимает известное выражение

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = q n_s \mu_{\perp} = \frac{e^2 n_s \langle \tau_{\perp} \rangle}{m^*}, \quad (5.8)$$

где n_s – поверхностная концентрация (3.10); μ_{\perp} – подвижность; m^* – эффективная масса носителей заряда двумерного газа в КЯ; $\langle \tau_{\perp} \rangle$ – усредненное по энергии носителей заряда время релаксации, выражение для которого с учетом (2.8) и (3.7) имеет следующий вид

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) E dE. \quad (5.9)$$

Как известно, в объемных полупроводниках в приближении упругого рассеяния зависимость времени релаксации τ_3 от энергии и температуры для основных механизмов носит степенной характер [16]–

$$\tau_3(E) = \gamma_3 (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha}. \quad (5.10)$$

Изменение энергетического спектра и плотности состояний за счет размерного квантования для двумерного газа носителей заряда приводит к следующей формуле [13]

$$\tau_{\perp} / \tau_3 = \gamma a k_{\perp} = \gamma a \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \sim E^{1/2}, \quad (5.11)$$

где γ – численный множитель порядка единицы, a – ширина КЯ. С учетом (5.10) и (5.11) зависимость двумерного времени релаксации от энергии и температуры принимает следующий вид

$$\tau_{\perp} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{1}{2}}. \quad (5.12)$$

Для невырожденного двумерного газа при заданной температуре среднее значение двумерного волнового вектора $\langle k_{\perp} \rangle = \sqrt{2m^* k_0 T} / \hbar$, где $k_0 T$ – среднее значение тепловой энергии носителей заряда. В одноподзонном приближении среднее значение энергии должно быть много меньше зазора между подзонами, т.е. $k_0 T \ll \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$. С учетом выше сказанного, из формулы (5.11) следует, что $\tau_{\perp} < \tau_3$. Т.е. при прочих равных условиях наличие размерного квантования приводит к

уменьшению времени релаксации. Вывод остается неизменным и для вырожденного газа.

С учетом полученных выше формул проведем анализ температурной зависимости подвижности двумерного газа в КЯ. Согласно формуле (5.8) температурная зависимость подвижности двумерных носителей заряда определяется температурной зависимостью среднего времени релаксации. Для невырожденного газа носителей заряда среднее значение двумерного времени релаксации, рассчитанное по формуле (5.9) с учетом (3.7), (3.10) и (5.12), равняется

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} \int_0^{\infty} f_0(E) E^{\alpha + \frac{3}{2}} dE}{k_0 T \int_0^{\infty} f_0(E) dE} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\alpha + \beta + \frac{1}{2}} \Gamma\left(\alpha + \frac{5}{2}\right), \quad (5.13)$$

где $\Gamma(n)$ – Гамма-функция. В объемных полупроводниках с невырожденным трехмерным газом зависимость среднего времени релаксации от температуры определяется формулой [10]

$$\langle \tau_3 \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \gamma_3 (k_0 T)^{\alpha + \beta} \Gamma\left(\alpha + \frac{5}{2}\right). \quad (5.14)$$

В таблице 1 для основных механизмов рассеяния приведены значения коэффициентов α , β [16] и $\delta = \alpha + \beta + 1/2$.

Согласно данным, приведенным в таблице, наличие размерного квантования в КЯ существенно изменяет температурную зависимость времени релаксации и подвижности для отдельных механизмов рассеяния. Следует отметить, что при рассеянии на ПОФ, которое при высоких температурах в полупроводниках A^3B^5 является основным, среднее время релаксации двумерных носителей заряда не зависит от темпера-

Таблица 1.

Параметры основных механизмов рассеяния носителей заряда
трехмерного и двумерного газа полупроводников

Вид рассеяния	α	β	$\alpha + \beta$	δ
акустические фононы (АКФ)	-1/2	-1	-3/2	-1
полярные оптические фононы (ПОФ)	+1/2	-1	-1/2	0
ионы примеси (ИОН)	+3/2	0	+3/2	2
Нейтральные примесные атомы (НПА)	0	0	0	+1/2

туры. При рассеянии на ионах примеси оно растет быстрее, чем в объемных полупроводниках, а при АКФ рассеянии убывает медленнее.

Для вырожденного газа носителей заряда, заменяя в формуле (5.9) производную от равновесной функции распределения на дельта-функцию, для среднего значения двумерного времени релаксации с учетом (3.15) получаем

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \delta(E - \xi) \tau_{\perp}(E) E dE = \tau_{\perp}(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n_s^{\alpha + \frac{1}{2}}. \quad (5.15)$$

Для вырожденного газа в объемных полупроводниках [16]

$$\langle \tau_3 \rangle = \tau_3(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n^{2\alpha/3}. \quad (5.16)$$

Из выше приведенных формул следует, что в отличие от трехмерного вырожденного газа подвижность двумерного вырожденного газа, определяемая АКФ рассеянием, не зависит от концентрации носителей заряда, т.е. от легирования.

С учетом проведенного анализа подвижности носителей заряда в одномерных КЯ в области омической проводимости можно сделать следующие выводы. При прочих равных условиях наличие размерного квантования

1) уменьшает усредненное по энергии время релаксации, а следовательно и подвижности;

2) в случае невырожденного газа носителей заряда изменяет по сравнению с объемной температурную зависимость подвижности для отдельных механизмов рассеяния;

3) в случае вырожденного газа носителей заряда изменяет по сравнению с объемной зависимость подвижности от концентрации носителей для отдельных механизмов рассеяния.

5.3. Вертикальный перенос в сверхрешетках

Как отмечалось ранее, перенос носителей заряда в СР может осуществляться не только вдоль КЯ (латеральный перенос), но и поперек (вертикальный перенос) за счет туннелирования электронов и дырок через потенциальные барьеры, отделяющие одну КЯ от другой. Латеральный перенос в СР в основном является аналогичным переносу в изолированной КЯ. В одноминизонном приближении и приближении двумерного электронного газа ($\Delta \ll k_0 T$) все формулы, полученные ранее для переноса носителей заряда в КЯ, справедливы и для латерального переноса в СР. При этом нужно заменить поверхностную концентрацию носителей

n_s на объемную n_v , двумерную плотность состояний ρ_s на объемную ρ_v .

5.3.1. Область омической проводимости

Для вертикального переноса в СР из слабо взаимодействующих КЯ формула (5.7) для неравновесной добавки к функции распределения преобразуется к виду

$$\varphi(\vec{k}) = q \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{II}(E) F \left(\frac{d\Delta}{2} \right) \sin(k_z d), \quad (5.17)$$

где вместо v_z стоит выражение, полученное с учетом (2.35) для скорости носителей заряда вдоль оси симметрии СР

$$v_z(\vec{k}) = \frac{\Delta d}{2} \sin(k_z d). \quad (5.18)$$

Зависимость времени релаксации от энергии и температуры с учетом того, что носители заряда при вертикальном переносе основное время проводят в КЯ, имеет тот же вид, что и при планарном переносе

$$\tau_{II} = \gamma_{II} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{1}{2}}. \quad (5.19)$$

С учетом (5.17) удельную проводимость, описывающую вертикальный перенос в области слабых классических полей, рассчитанную по формуле (5.6), можно представить в виде

$$\sigma_{II} = \sigma_{zz} = q n_v \langle \tau_{II} \rangle = \frac{e^2 n_v \langle \tau_{II} \rangle}{\langle m_{II} \rangle}, \quad (5.20)$$

где

$$\langle \tau_{II} \rangle = \int_0^{\infty} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{II}(E) dE \left/ \left(1 - \exp \left(- \frac{n_v}{N_v} \right) \right) \right. \quad (5.21)$$

– усредненное по энергии время релаксации носителей заряда при вертикальном переносе;

$$\frac{1}{\langle m_{II} \rangle} = \frac{\rho_v \Delta}{4 m_{II} n_v} \left(1 - \exp \left(- \frac{n_v}{N_v} \right) \right) \quad (5.22)$$

– усредненное по энергии значение обратной эффективной массы, связанной с движением вдоль оси СР, m_{II} – эффективная масса электронов

на дне минизоны, определяемая формулой (2.37); $N_V = k_0 T \rho_V$ – эффективная плотность состояний в нижней минизоне.

Для невырожденного газа носителей заряда ($n_V \ll N_V$) усредненное время релаксации, рассчитанное по формуле (5.21), и среднее значение обратной эффективной массы равны

$$\langle \tau_{II} \rangle = \gamma_{II} (k_0 T)^{\beta + \alpha + \frac{1}{2}} \Gamma\left(\alpha + \frac{3}{2}\right), \quad (5.23)$$

$$\frac{I}{\langle m_{II} \rangle} = \frac{\Delta}{4k_0 T} \cdot \frac{I}{m_{II}}. \quad (5.24)$$

С учетом одноминизонного приближения ($\Delta \ll k_0 T$) из формулы (5.24) следует, что $\langle m_{II} \rangle \gg m_{II}$, т.е. среднее значение эффективной массы носителей заряда при вертикальном переносе много меньше эффективной массы на дне минизоны и прямо пропорционально температуре. Отсюда следует, что подвижность носителей заряда в СР при вертикальном переносе много меньше, чем при планарном за счет увеличения эффективной массы.

Для зависимости подвижности невырожденного газа при вертикальном переносе от температуры с учетом формул (5.23) и (5.24) получаем

$$\mu_{II} = \frac{q \Delta \langle \tau_{II} \rangle}{4k_0 T m_{II}} = \frac{q \Delta^2 d^2 \langle \tau_{II} \rangle}{8k_0 T \hbar^2} \sim (k_0 T)^{\beta + \alpha - \frac{1}{2}}. \quad (5.25)$$

Для вырожденного газа носителей заряда ($n_V \gg N_V$) из формул (5.21) и (5.22) следует

$$\langle \tau_{II} \rangle = \tau_{II}(\xi) = \gamma_{II} (k_0 T)^{\beta} \xi^{\alpha + \frac{1}{2}} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha + \frac{1}{2}}, \quad (5.26)$$

$$\frac{I}{\langle m_{II} \rangle} = \frac{\Delta}{4\xi} \cdot \frac{I}{m_{II}} \sim n_V^{-1}. \quad (5.27)$$

Для вертикальной подвижности и проводимости с учетом полученных формул имеем

$$\mu_{II} = \frac{q \Delta \tau_{II}(\xi)}{4\xi m_{II}} = \frac{q \Delta^2 d^2 \tau_{II}(\xi)}{8\xi \hbar^2} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha - \frac{1}{2}}, \quad (5.28)$$

$$\sigma_{II} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \tau_{II}(\xi)}{4m_{II}} = \frac{e^2 \Delta^2 m^* \tau_{II}(\xi) d}{8\pi \hbar^4} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha + \frac{1}{2}}. \quad (5.29)$$

В случае промежуточного вырождения носителей заряда зависимость вертикальной проводимости от концентрации согласно (5.20)-(5.22) носит экспоненциальный характер

$$\sigma_{II} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \langle \tau_{II} \rangle}{4m_{II}} \left(1 - \exp \left(- \frac{n_V}{N_V} \right) \right). \quad (5.30)$$

С ростом концентрации экспоненциальный рост вертикальной проводимости в области полного вырождения сменяется областью насыщения, в которой зависимость проводимости от концентрации и температуры определяется формулой (5.29).

5.3.2. Отрицательная дифференциальная проводимость в классических полях

При вертикальном токопереносе в области сильных классических полей вольт-амперная характеристика СР обнаруживает наличие отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП). Наличие этого эффекта связано с периодической зависимостью энергии минизоны от квазиимпульса электрона, который существенно изменяется под действием электрического поля при наличии слабого рассеяния. Для качественного рассмотрения этого явления воспользуемся уравнениями квазиклассики. Проведем расчет плотности электрического тока вдоль оси симметрии СР – оси z , учитывая изменение квазиимпульса под действием электрического поля и сил трения согласно классическому уравнению движения

$$\bullet \frac{\partial k_z}{\partial t} = qF - \frac{\bullet \delta k_z}{\tau_{II}}, \quad (5.31)$$

где δk_z - отклонение компоненты волнового вектора от равновесного значения, τ_{II} - среднее значение продольного времени релаксации, не зависящее от энергии. Решением этого уравнения для стационарного тока является

$$\delta k_z = \frac{qF\tau_{II}}{\bullet}. \quad (5.32)$$

Для расчёта плотности продольного (вертикального) тока воспользуемся общей формулой

$$j = 2q \sum_k f_0(E) v_z(k) = en v_d, \quad (5.33)$$

где $E = E_{\perp} + E_{\parallel}$ – полная энергия движения носителя заряда, отсчитанная от дна минизоны; $E_{\perp} = \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m^*$ – энергия свободного движения вдоль КЯ; E_{\parallel} – энергия движения вдоль оси СР, с учетом (2.35) равная

$$E_{\parallel} = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)]; \quad (5.34)$$

$$v_z(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{\parallel}}{\partial k_z} = \frac{\Delta d}{2 \hbar} \sin[(k_z + \delta k_z) d] \quad (5.35)$$

– скорость продольного движения электрона с заданным значением k_z в электрическом поле; v_d – дрейфовая скорость. Равновесная функция Ферми-Дирака в приближении двумерного газа для невырожденных носителей заряда в минизоне равна

$$f_0(E) = \exp\left(\frac{\xi - E_{\perp} - E_{\parallel}}{k_o T}\right) \approx f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{\parallel}(k_z)}{k_o T}\right). \quad (5.36)$$

С учётом формул (5.33), (5.35) и (5.36) для продольной дрейфовой скорости получаем

$$v_d = - \frac{\Delta d}{n \hbar} \sum_k f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{\parallel}(k_z)}{k_o T}\right) \sin[(k_z + \delta k_z) d] = 2v_p \sin\left(\frac{F}{F_p}\right), \quad (5.37)$$

$$\text{где} \quad v_p = \frac{\Delta^2 d}{16 \hbar k_o T}; \quad F_p = \frac{\hbar}{e \tau_{\parallel} d} \quad (5.38)$$

При выводе формулы (5.37) было учтено, что концентрация электронов в приближении двумерного газа в единичном объёме равна

$$n = \frac{2}{d} \sum_{k_{\perp}} f_0(E_{\perp}). \quad (5.39)$$

Из формулы (5.37) вытекает, что продольная дрейфовая скорость зависит от электрического поля по гармоническому закону. Следовательно при $F > F_p \cdot \pi / 2$ с ростом напряжённости поля дрейфовая скорость и связанная с ней плотность продольного тока будут убывать, т.е. дифференциальная проводимость становится отрицательной.

Точный расчёт плотности вертикального тока в сильных классических электрических полях основан на решении уравнения Больцмана (5.1) в приближении времени релаксации

$$\frac{q}{\bullet} F \frac{\partial}{\partial k_z} f(\vec{k}) = - \frac{f(\vec{k}) - f_0(E)}{\tau_{II}}, \quad (5.40)$$

с граничными условиями периодичности по векторам обратной СР

$$f(\vec{k}) = f(\vec{k}_\perp, k_z) = f\left(\vec{k}_\perp, k_z + \frac{2\pi}{d}l\right), \quad (5.41)$$

где l - целое число. Согласно аналитическому решению этого уравнения [19]

$$v_d = 2v_p \frac{F/F_p}{1 + (F/F_p)^2}. \quad (5.42)$$

Из этой формулы следует, что в сильных классических электрических полях, удовлетворяющих условию $F > F_p$, дифференциальная проводимость становится отрицательной. При этом дрейфовая скорость, в отличие от элементарной теории (см. (5.37)), всегда остаётся положительной. В случае слабых классических полей ($F < F_p$) из формул (5.37) и (5.42) в согласии с законом Ома получаем линейную зависимость дрейфовой скорости от поля (см. (5.25))

$$v_d = \mu_{II} F = 2 \frac{v_p}{F_p} F = \frac{e \tau_{II} \Delta^2 d^2}{8 k_o T \bullet^2} F. \quad (5.43)$$

Для вырожденного электронного газа в согласии с (5.28) формула для максимальной дрейфовой скорости принимает вид

$$v_p = \frac{1}{2} \mu_{II} F_p = \frac{\Delta^2 d}{16 \bullet} \quad (5.44)$$

Из сравнения формул (5.38) и (5.44) следует, что с ростом вырождения электронного газа максимальное значение продольной дрейфовой скорости уменьшается.

На рис. 5.1 представлена зависимость продольной дрейфовой скорости от напряжённости электрического поля, описываемая формулой (5.42).

Из анализа формулы (5.42) вытекает критерий слабого классического

$$0 < eFd < \bullet / \tau_{II} \quad (5.45)$$

и сильного классического электрического поля

$$\hbar/\tau_{II} < eFd \ll \Delta \quad (5.46)$$

для вертикального переноса в СР. Согласно критерию слабого поля,

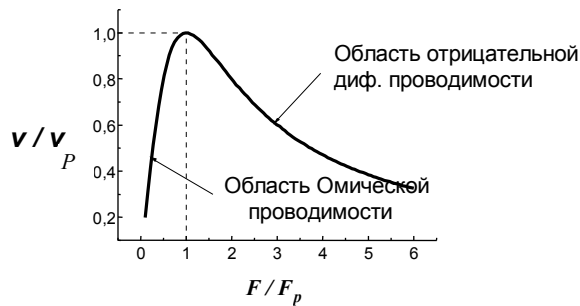


Рис. 5.1. Зависимость дрейфовой скорости от напряжённости электрического поля при вертикальном переносе.

энергия, которую должен получать носитель заряда на периоде СР в этом поле, должна быть гораздо меньше неопределенности энергии за счет рассеяния.

5.3.3. Резонансное туннелирование в области штарковской локализации

Если условия (5.46) для сильных электрических полей не выполняются, что имеет место при наличии узких минизон или интенсивного рассеяние, то вертикальный перенос носителей заряда в СР приобретает квантовый характер. Для его описания необходимо учитывать изменение энергетического спектра и волновых функций электронов под действием поля, а также переход от классического статистического описания с помощью функции распределения к квантовому, в основе которого лежит расчет матрицы плотности вероятности [17]. Ввиду математической сложности, связанной с учётом указанных особенностей, анализ вертикальной квантовой проводимости проведём, используя качественные квазиклассические соображения.

Продольное протекание тока в квантовом электрическом поле происходит за счет туннелирования носителей заряда через потенциальные барьеры СР с последующей передачей избытка энергии либо в виде излучения фотонов, либо, что наиболее вероятно, колебаниям решётки, т.е. излучения фононов. При этом в процессе туннелирования может измениться как номер «штарковской лестницы»—минизоны (см. (2.62)), так и поперечный квазиимпульс. Последнее возможно только при наличии рассеяния. В условиях штарковской локализации ($\Delta \leq eFd$) уровней минизоны в пределах периода СР туннелирование электронов возможно только между соседними КЯ.

Рассмотрим туннелирование электрона из первой минизоны и КЯ с номером 0 в соседнюю КЯ с номером 1 (поле направлено в положительном направлении оси z). Для упругого рассеяния при туннелировании через барьер согласно закону сохранения энергии должно выполняться условие для поперечного волнового вектора, которое с учётом (2.63) можно представить в виде

$$E_{10} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 = E_{i1} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k'_{\perp}{}^2 = E_{i0} - \hbar\omega_s + \frac{\hbar^2}{2m^*} k'_{\perp}{}^2, \quad (5.47)$$

где k_{\perp} , k'_{\perp} - волновые вектора начального и конечного состояний электрона. Для изменения кинетической энергии поперечного движения из (5.47) имеем

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} (k'_{\perp}{}^2 - k_{\perp}^2) = \hbar\omega_s - (E_{i0} - E_{10}) = eFd - \Delta_{i1} = \hbar\epsilon_i. \quad (5.48)$$

Если расстройка $\epsilon_i \neq 0$, данное туннелирование называется нерезонансным и наоборот. Из (5.48) следует, что нерезонансное туннелирование в отличие от резонансного должно обязательно сопровождаться рассеянием, связанным с изменением поперечного волнового вектора. Следовательно, вероятность нерезонансного туннелирования и плотность тока, связанная с ним, должны быть намного меньше, чем для резонансного. Причём с ростом ϵ_i по абсолютной величине вероятность нерезонансного туннелирования и плотность соответствующего тока должны убывать, так как при этом увеличивается изменение волнового вектора.

С учётом сказанного плотность вертикального электрического тока в одноминизонном приближении ($k_0 T \ll E_{20} - E_{10} = \Delta_{21}$) можно представить в виде

$$j(F) = \sum_i j_i(\epsilon_i), \quad (5.49)$$

где $j_i(\epsilon_i)$ - парциальная плотность электрического тока, связанная с туннелированием электронов из штарковской лесенки первой минизоны на уровни штарковской лесенки i -ой минизоны соседней КЯ. Без учёта разогрева электронного газа¹⁹, в приближении упругого рассеяния и однородного электрического поля формула для парциальной плотности

¹⁹ При выводе формулы предполагается, что время релаксации энергии достаточно мало, чтобы сохранить термодинамическое равновесие между носителями заряда и решеткой

тока в окрестности $\epsilon_i = 0$, рассчитанная с помощью матрицы плотности вероятности, имеет следующий вид [13]

$$j_i(\epsilon_i) = \text{end} |\Omega_i|^2 \left\langle \frac{\tau_{\perp i}}{1 + \epsilon_i^2 \tau_{\perp i}^2} \right\rangle \cdot \begin{cases} e^{\frac{\epsilon_i}{k_0 T}} - e^{-\frac{\Delta_{il}}{k_0 T}}, & \epsilon_i < 0 \\ 1 - e^{-\frac{(\Delta_{il} + \epsilon_i)}{k_0 T}}, & \epsilon_i > 0 \end{cases}, \quad (5.50)$$

где n - концентрация электронов, $\tau_{\perp i}(k_{\perp})$ - поперечное время фазовой релаксации - величина, близкая к поперечному времени релаксации и связанная с релаксацией поперечного импульса при туннелировании,

$$\Omega_i = eFz_i = eF \int_{-L/2}^{L/2} \psi_{il}^*(z) z \psi_{10}(z) dz \quad (5.51)$$

- матричный элемент, определяющий вероятность туннельного перехода между соседними КЯ,

$$\langle \rangle = \frac{2}{n} \sum_{k_{\perp}} f_o(E_{\perp}) \quad (5.52)$$

- усреднение по поперечному волновому вектору с равновесной функцией Ферми - Дирака. Согласно (5.50), зависимость парциальной плотности тока от величины расстройки носит резонансный характер. При резонансном туннелировании парциальная плотность тока имеет максимум. С учётом (5.48) это соответствует значению напряжённости поля $F_i = \Delta_{il} / ed$, при этом плотность полного тока (5.49) будет определяться в основном резонансным значением парциального тока.

$$j(F_i) \approx j_i(0) = \text{end} |\Omega_i|^2 \langle \tau_{\perp i} \rangle. \quad (5.53)$$

В области слабых квантовых полей при $\Delta \leq \epsilon_l = eFd = \epsilon_s \ll E_{20} - E_{10}$, согласно (5.50), для плотности вертикального тока получаем

$$j(F) \approx j_l(\epsilon_l) = \frac{e^3 n d}{2} \frac{z_l^2 F^2}{1 - e^{-\frac{eFd}{k_0 T}}} \cdot \left\langle \frac{\tau_{\perp l}}{1 + \left(\frac{eFd \tau_{\perp l}}{2} \right)^2} \right\rangle. \quad (5.54)$$

В приближении двумерного газа ($\Delta_l \leq \epsilon_s \ll k_0 T$) и слабого рассеяния ($\epsilon_s \tau_{\perp l} > l$), что соответствует наличию штарковского расщепления,

формула (5.54) для плотности вертикального тока принимает простой вид:

$$j(F) = \frac{e^2 n z_1^2}{k_o T} \left\langle \frac{1}{\tau_{\perp 1}} \right\rangle \cdot F. \quad (5.55)$$

В случае сильного рассеяния ($\Omega_s \tau_{\perp 1} < 1$), что соответствует условию $\Delta \ll \hbar/\tau$ и штарковским расщеплением можно пренебречь, вертикальный перенос изначально является квантовым и описывается формулой

$$j(F) = \frac{e^4 n z_1^2 d^2 \langle \tau_{\perp 1} \rangle}{k_o T \hbar^2} \cdot F^3. \quad (5.56)$$

Таким образом, при условии штарковской локализации плотность тока будет пропорциональна F , если выполняется условие слабого рассеяния, и пропорциональна F^3 в случае сильного рассеяния. Очевидно, при очень слабом взаимодействии КЯ, когда $\Delta_I \ll \hbar/\tau$, ВАХ в области слабых полей ²⁰ будет описываться формулой (5.56) и область омической проводимости практически будет отсутствовать [13]. На рис.5.2. представлен общий вид ВАХ нелегированной СР а) в случае слабого рассеяния с наличием ОДП и б) сильного рассеяния с отсутствием ОДП в об-

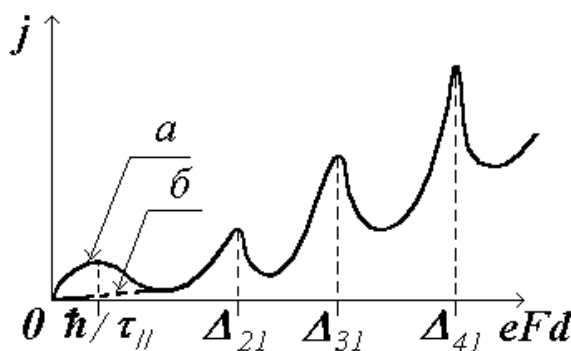


Рис. 5.2. ВАХ нелегированной СР:

а) $\hbar/\tau < \Delta_I$, б) $\hbar/\tau \geq \Delta_I$.

ласти классических полей.

Как показал эксперимент, вольт-амперная характеристика, представленная на рис. 5.2, имеет место в собственных или слаболегированных СР. Если легирование КЯ приводит к достаточной высокой концентрации носителей, то характер ВАХ существенно изменяется. При этом

²⁰ Предполагается, что в этом случае условие штарковской локализации выполняется при очень слабых полях.

ВАХ распадается на участки, в которых плотность тока монотонно растет, и участки, в которых наблюдаются многочисленные осцилляции²¹. Природа последних связана с появлением у анода домена сильного поля, причиной которого является неустойчивость плотности электронного газа вдоль оси СР при ОДП (рис. 5.3). С ростом приложенного

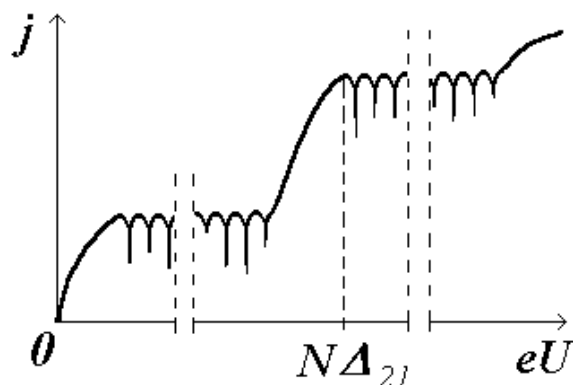


Рис. 5.3. ВАХ легированной СР.

к СР напряжения U размеры этого домена увеличиваются. Как показал анализ [20], число осцилляций в отдельной области равняется числу периодов сверхрешётки. Из этого следует, что каждая осцилляция на ВАХ соответствует увеличению размера домена сильного поля на период СР. При значениях напряжения, соответствующего на ВАХ области осцилляций, СР имеет область слабого поля у катода и сильного — у анода. Эти поля являются практически однородными, а переходная область между ними имеет размеры порядка одного периода СР.

Согласно закону непрерывности, плотность электрического тока, протекающего через домены сильного и слабого полей, должна быть одинакова, а проводимость σ_w в области слабого поля должна быть больше, чем проводимость σ_h в области сильного поля. Следовательно, проводимость σ_w должна определяться резонансным переносом, а σ_h — нерезонансным туннелированием. Когда домен сильного поля охватит всю СР, увеличение смещения приводит к монотонному росту плотности тока, связанному с переходом в однородном электрическом поле от нерезонансного туннелирования к резонансному на всех периодах СР. С дальнейшим ростом смещения у анода снова появляется домен сильного поля, в котором происходит нерезонансное туннелирование электронов со «штарковских» уровней первой минизоны на «штарковские» уровни выше лежащей минизоны соседней КЯ (рис. 5.3). При этом в области слабого поля перенос остаётся резонансным. Если выше лежащей мини-

²¹ Предполагается, что СР имеет по крайней мере две минизоны в КЯ.

зоны в КЯ нет, то туннелирование идёт в область “почти” непрерывного спектра энергий над потенциальными барьерами. Таким образом, каждая область осцилляций на ВАХ соответствует резонансному переносу в области домена слабого поля и нерезонансному переносу в домене сильного поля. Как показали дальнейшие исследования [21], домены сильного поля могут возникать не только у анода и дрейфовать вдоль поля, вызывая колебания тока по аналогии с эффектом Ганна.

5.4. Баллистическая проводимость квантовых нитей

Влияние размерного квантования на проводимость КН особенно ярко проявляется при наличии баллистического переноса, т.е. при условии того, что длина L квантовой нити меньше, чем длина свободного пробега носителей заряда [1].

Чтобы описать баллистический перенос, рассмотрим протекание тока через КН между двумя металлическими контактами с вырожденным электронным газом, на которые подано напряжение U . Согласно рис. 5.4. электрический ток в такой структуре создается за счет балли-

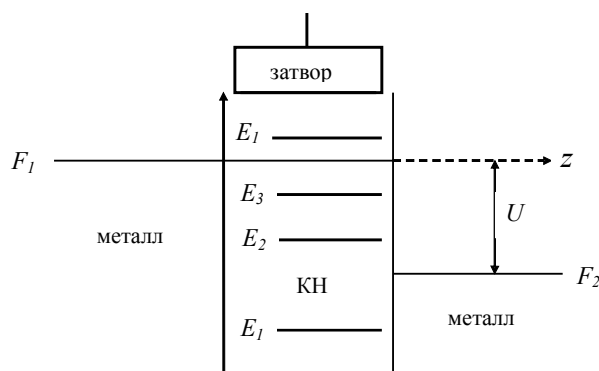


Рис. 5.4. Энергетическая диаграмма смещенной структуры с КН при наличии затвора.

стического перехода электронов с энергией $F_2 \leq E \leq F_1$ из левого контакта в правый. Величина тока, создаваемого этими электронами с учетом вырождения и (2.20) – дисперсии энергии по волновому вектору вдоль оси КН равна

$$I = 2 \sum_{i, k_z > 0} I_i(k_z), \quad (5.57)$$

где

$$I_i(k_z) = \frac{e \hbar k_z}{L m^*} \Big|_{F_2 \leq E_i + \hbar^2 k_z^2 / 2m^* \leq F_1}$$

– ток, создаваемый электроном подзоны с номером i и компонентой волнового вектора k_z . С учетом квазинепрерывности волнового вектора расчет силы тока по формуле (5.57) приводит к следующему выражению

$$I = \frac{e}{\pi m^*} \sum_i \int_0^\infty k_z dk_z \Big|_{F_2 \leq E_i + \hbar^2 k_z^2 / 2m^* \leq F_1} =$$

$$= \frac{e}{\pi} \sum_i \{ (F_1 - E_i) \theta(F_1 - E_i) - (F_2 - E_i) \theta(F_2 - E_i) \} = \sigma U,$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда (3.3). Если смещение невелико относительно промежутков энергии между подзонами, т. е. выполняется условие

$$eU = F_2 - F_1 \ll |E_{i\pm 1} - E_i| \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2},$$

где d – средний диаметр КН, формула для баллистической проводимости принимает простой вид

$$\sigma = \frac{e^2}{\pi} \cdot N. \quad (5.58)$$

В этой формуле N – число подзон, содержащих электроны, т.е. дно которых лежит ниже уровня Ферми F_2 . Полученная формула носит общий характер и кроме мировых констант не зависит ни от характеристик нити (за исключением числа заполненных подзон) ни от условий измерений. Согласно этой формуле баллистическая проводимость КН может принимать только определенные значения, кратные выражению из мировых констант e и \hbar , т.е. является квантованной величиной. Скачкообразный – квантованный характер зависимости баллистической проводимости как функции числа заполненных подзон можно наблюдать в структурах с КН, изменяя концентрацию носителей заряда с помощью напряжения, прикладываемого к затвору Шоттки (рис.5.5). По мере уменьшения отрицательного потенциала на затворе концентрация электронов в ней возрастают. При этом растет число заполненных подзон как за счет понижения дна этих подзон относительно уровня Ферми в контактах, так и за счет уменьшения энергетического зазора между подзонами [1].

Согласно формуле (5.58) баллистическое сопротивление КН не зави-

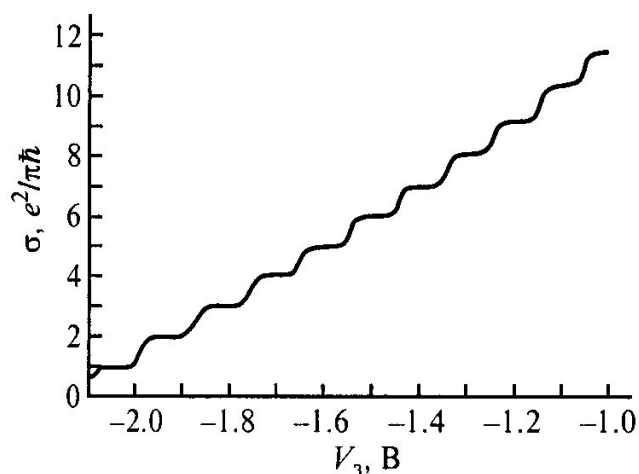


Рис. 5.5. Экспериментальная зависимость проводимости КН (точечного контакта) от напряжения на затворе, определяющего концентрацию носителей [1].

сит от ее длины и сечения. В одноподзонном приближении значение ее сопротивления является универсальной величиной [9].

$$R = \frac{\pi \cdot}{e^2}.$$

Экспериментальные исследования квантования проводимости в коротких (баллистических) нитях часто проводятся на структурах, представляющих собой, строго говоря, не нить как таковую, а так называемый точечный контакт, т.е. узкую перемычку, соединяющую собой два участка двумерного электронного газа достаточно большой площади. Формально это как бы нить, имеющая длину, сравнимую с ее шириной, причем последняя имеет достаточно малую величину. Квантование проводимости должно наблюдаться и в таких структурах (это неудивительно, поскольку окончательная формула (5.58) не содержит никаких конкретных параметров, описывающих размеры и форму нити). В частности, экспериментальная зависимость, показанная на рис. 5.5, получена именно на таком квантовом микроконтакте [1].

Одним из основных применений квантования баллистической проводимости КН является калибровка высокоточных приборов электротехники, используемых в научных исследованиях.

5.5. Квантовый эффект Холла в квантовых ямах

Квантовым эффектом Холла (КЭХ) называется явление, связанное с равенством нулю диагональной компоненты холловской проводимости при определенных значениях магнитного поля. При этом недиагональная компонента принимает значения кратные фундаментальной постоянной.

5.5.1. Классическая теория целочисленного КЭХ

Уравнение стационарного движения носителей заряда в электрическом поле F , параллельном плоскости квантовой ямы XY , и магнитном поле B , параллельном оси Z , описывается уравнением, вытекающим из равенства по величине сил трения и Лоренца

$$m^* \frac{dv}{dt} = q(\vec{F} + [\vec{v}B]) - \frac{m^* v}{\tau} = 0, \quad (5.59)$$

где τ – время релаксации импульса. Решением этого уравнения являются компоненты вектора дрейфовой скорости v , определяющие компоненты вектора плотности тока

$$j_x = qn_s v_x = \sigma_{xx} F_x + \sigma_{xy} F_y; \quad j_y = qn_s v_y = -\sigma_{xy} F_x + \sigma_{xx} F_y, \quad (5.60)$$

где

$$\sigma_{xx} = \frac{q^2 n_s \tau}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)}; \quad \sigma_{xy} = \frac{q^2 n_s \omega_c \tau^2}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)} \quad (5.61)$$

– диагональная (диссипативная) и недиагональная компоненты тензора линейной холловской проводимости, рассчитанной на единицу ширины КЯ.

В области сильных магнитных полей ($\omega_c^2 \tau^2 \gg 1$) детальный анализ движения носителей заряда показывает, что недиагональная компонента проводимости связана с дрейфом центра вращения заряда в направлении перпендикулярном плоскости векторов F и B , а диагональная – с изменением импульса вдоль вектора F за счет рассеяния. В этом случае

$$\sigma_{xx} = \frac{m^* n_s}{\tau} \cdot \frac{1}{B^2}; \quad \sigma_{xy} = qn_s \cdot \frac{1}{B}; \quad \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \tau > 1, \quad (5.62)$$

где τ является функцией индукции магнитного поля B , т.к. индукция магнитного поля по аналогии с другими упругими механизмами рассеяния является фактором, изменяющим квазиимпульс носителей заряда. Если в объемных полупроводниках зависимостью времени релаксации от магнитного поля по сравнению с влиянием обычных механизмов рас-

сеяния можно пренебречь, в двумерном газе КЯ в области квантующих магнитных полей (см. (2.56)) эта зависимость является существенной. Характерной особенностью этой зависимости является дельтообразное стремление времени релаксации к бесконечности при значениях B , для которых выполняется условие

$$\frac{l}{B} = \frac{e}{2\pi \bullet n_s} \nu, \quad (\nu = 1, 2, \dots). \quad (5.63)$$

Формула (5.63) получена для полей, в которых все носители заряда КЯ с поверхностной плотностью n_s полностью заполняют ν уровней Ландау с заданным значением компоненты спина относительно вектора индукции магнитного поля. Поверхностная плотность состояний, соответствующая этим уровням, в два раза меньше (2.55). Отсутствие свободных состояний на уровнях Ландау, описывающих движение в плоскости двумерного газа, и дискретный характер энергетического спектра, связанный с движением перпендикулярным этой плоскости, приводит к невозможности рассеяния носителей заряда, что соответствует бесконечному значению времени релаксации.

Для магнитных полей, удовлетворяющих условию (5.63), диагональная компонента тензора холловской подвижности равняется нулю. Недиагональная компонента принимает дискретные значения

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi \bullet} \nu = \sigma_0 \nu. \quad (5.64)$$

Согласно этой формуле холловская проводимость квантовой ямы не зависит ни от параметров образца, ни от магнитного поля, ни от температуры, а, как и баллистическая проводимость квантовой нити (5.58), определяется только значениями фундаментальных мировых констант e и \bullet . На рис. 5.6 а представлены теоретические зависимости диагональной и недиагональной компонент тензора холловской подвижности носителей заряда в КЯ, описываемые формулами (5.62), от индукции магнитного поля.

5.5.2. Влияние эффектов локализации на КЭХ.

Первые экспериментальные исследования теоретических зависимостей (5.62) в 1980 г. показали, что они существенно отличаются от теоретических. Характерной особенностью этих зависимостей (рис. 5.6 б) является обращение диагональной компоненты проводимости в ноль и равенство недиагональной компоненты значениям (5.64) не в отдельных точках, определяемых формулой (5.63), а в достаточно широких интер-

валах магнитных полей [3, 22]. За открытие этих особенностей, названных целочисленным квантовым эффектом Холла (КЭХ), К. фон Клитцингу в 1985 г. была присуждена Нобелевская премия.

Наличие указанных плато на зависимости σ_{xx} и σ_{xy} от $1/B$ согласно

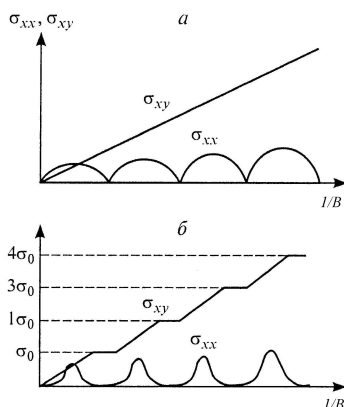


Рис 5.6. Полевые зависимости σ_{xx} и σ_{xy} в сильных магнитных полях для идеального двумерного газа (а) и в реальных экспериментах (б) [1]

современным представлениям связаны с локализацией части носителей заряда за счет взаимодействия их с неизбежно существующим в образце случайным потенциалом, вызванным, в частности, флуктуациями в расположении примесных ионов. Чтобы понять, как локализация носителей влияет на КЭХ, заметим, что зависимость σ_{xx} и σ_{xy} от $e/2\pi n_s$ при заданном значении B согласно (5.63) должна иметь тот же вид, что и на рис. 5.6. Отсюда следует, что если изменения n_s будут связаны с заполнением или освобождением локализованных состояний, проводимость, определяемая носителями заряда на делокализованных состояниях, меняться не будет. Т.о. в проводимости за счет локализации участвует только часть носителей заряда, находящихся на отдельных уровнях Ландау. Из этих соображений следует, что формула (5.63) не верна, так как в нее вместо n_s нужно поставить концентрацию делокализованных носителей заряда. Однако расчет показывает [1], что дрейфовая скорость делокализованных носителей за счет взаимодействия со случайным потенциалом возрастает таким образом, что формула (5.63) остается верной в общем случае, т.е. носит универсальный характер, как и формула (5.58).

В образцах с высокой подвижностью двумерных носителей ($>10^6 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$) при сверхнизких температурах ($<1 \text{ К}$) носители заряда за

счет электрон-электронного взаимодействия в магнитном поле образуют невзаимодействующие квазичастицы с дробным эффективным зарядом. Движение этих квазичастиц в скрещенных электрическом и магнитном полях приводит к полевым зависимостям компонент тензора проводимости, аналогичным целочисленному КЭХ при дробном значении $\nu = k/n$, где n – нечетное число, k – любое целое. В отличие от целочисленного это явление называется дробным КЭХ.

Как и баллистическая проводимость квантовых нитей, КЭХ используется для высокоточных (прецизионных) измерений фундаментальных мировых констант e и h . Структуры с хорошо выраженными плато КЭХ используются в качестве эталона сопротивления.

6. РЕЗОНАНСНОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ

Современные методы эпитаксии позволяют создавать монокристаллические полупроводниковые слои и многослойные гетероструктуры с толщиной слоев от 1 до 10 нм, что сравнимо с длиной волны де-Бройля носителей заряда $\lambda = h/p$ (h – постоянная Планка, $p = m^*v$, m^* , v – квазиимпульс, эффективная масса и скорость носителей заряда). Это открывает принципиальную возможность наблюдения и использования явлений, обусловленных волновой природой электрона. К ним, в частности, относятся интерференция электронных волн и вызванные ею так называемые размерные квантовые эффекты. Среди них следует выделить такие, как квантование энергии и квазиимпульса электронов в тонких (квантовых) слоях и резонансный характер прохождения электронов через такие слои. Как правило эти эффекты наиболее четко проявляются в слоистых гетероструктурах, составленных из материалов, различающихся расположением и шириной запрещенной зоны. В таких структурах потенциальный рельеф для электронов имеет форму квантовых ям (КЯ) и барьеров. Упорядоченное движение электронов в поперечном к плоскости слоев направлении приводит к резонансным осцилляциям продольного тока и появлению на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) участков с отрицательной дифференциальной проводимостью (ОДП). Поскольку движение электронов в КЯ вдоль гетерограниц остается свободным и не квантуется, такие электроны представляют собой квазиклассический двумерный или квазидвумерный газ. Специфические свойства этого газа оказывают существенное влияние на поперечный транспорт электронов в МДП транзисторах на КЯ и в полевых транзисторах на гетероструктурах с селективным легированием (ПТ ГСЛ).

6.1. Прохождение электронов в структурах с одиночными квантовыми ямами и потенциальными барьерами

Характер осцилляций продольного тока, протекающего в поперечном к слоям квантовой гетероструктуры направлении, определяется вероятностью прохождения через них электронов с заданной скоростью или энергией. Эта вероятность называется коэффициентом пропускания или коэффициентом прохождения T . Расчет коэффициента пропускания как функции энергии электрона E основывается на решении стационарного уравнения Шредингера. Наиболее простой вид функция $T(E)$ имеет в гетероструктурах с одной КЯ или одним ПБ в отсутствие электрического поля.

6.1.1. Коэффициент пропускания и резонансное туннелирование электронов при прохождении над квантовой ямой

Рассмотрим одномерную задачу о движении электрона в зоне проводимости над прямоугольной потенциальной ямой. Для этого найдем волновую функцию электрона Ψ с заданной энергией $E > 0$, движущееся

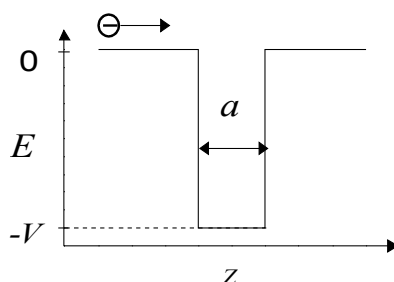


Рис.6.1. Прохождение электрона над квантовой ямой

гося вдоль оси симметрии гетероструктуры z (рис. 6.1). В приближении эффективной массы²² уравнение Шредингера для этого движения запишем в виде

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right) \Psi = E\Psi, \quad (6.1)$$

где

$$V(z) = \begin{cases} -V; & 0 \leq z \leq a \\ 0; & z < 0, \quad z > a \end{cases}$$

²² Для простоты расчетов будем предполагать эффективную массу электронов во всех слоях гетероструктуры одинаковой.

-потенциальная энергия электрона, V , a - глубина и ширина КЯ. С учетом зависимости $V(z)$ разобьем всю гетероструктуру на три области, в каждой из которых потенциальная энергия является константой, а решение для волновой функции будем искать в виде суперпозиции падающей и отраженной волны слева от КЯ и в самой КЯ и прошедшей волны справа от КЯ:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_1 &= E \psi_1, \quad \psi_1 = A_1^+ e^{ikz} + A_1^- e^{-ikz} \quad (z < 0), \\ \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} - V \right) \psi_2 &= E \psi_2, \quad \psi_2 = A_2^+ e^{iqz} + A_2^- e^{-iqz} \quad (0 \leq z \leq a), \\ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_3 &= E \psi_3, \quad \psi_3 = A_3^+ e^{ikz} \quad (z > a), \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $k = \sqrt{2m^* E} / \hbar$, $q = \sqrt{2m^* (E + V)} / \hbar$, A_n^\pm - константы.

Согласно квантовой механике [17], каждый электрон при своем движении создает электрический ток с плотностью

$$j = \frac{ie\hbar}{2m^*} \left(\psi^* \frac{d}{dz} \psi - \psi \frac{d}{dz} \psi^* \right), \quad (6.3)$$

где i - мнимая единица. Согласно этой формуле, с учетом (6.2) плотность тока, создаваемая электроном в каждой из областей гетероструктуры, равна

$$\begin{aligned} j_1 &= j_1^+ - j_1^-, \quad j_2 = j_2^+ - j_2^-, \quad j_3 = -ev_k |A_3^+|^2 = j_3^+, \\ j_1^+ &= -ev_k |A_1^+|^2, \quad j_1^- = -ev_k |A_1^-|^2, \quad j_2^+ = -ev_q |A_2^+|^2, \\ j_2^- &= -ev_q |A_2^-|^2, \quad v_k = \frac{\hbar k}{m^*}, \quad v_q = \frac{\hbar q}{m^*}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где знак (+) над j соответствует плотности тока, создаваемой электронной волной, движущейся в положительном направлении оси z , а знак (-) - в обратном; v_q, v_k - скорости электрона с энергией E над КЯ и вне ее. Согласно (6.4), при падении электронной волны на гетероструктуру часть ее проходит, а часть отражается. Отношение плотности тока, соответствующей прошедшей волне, к плотности тока падающей на гетероструктуру волны называется коэффициентом пропускания или коэффициентом прохождения T . Согласно данному определению коэффициент

прохождения определяется через амплитуды падающей и прошедшей волны

$$T = j_3^+ / j_1^+ = |A_3^+|^2 / |A_1^+|^2. \quad (6.5)$$

Для коэффициента отражения R по аналогии с коэффициентом пропускания имеем

$$R = j_1^- / j_1^+ = |A_1^-|^2 / |A_1^+|^2. \quad (6.6)$$

Согласно закону непрерывности электрического тока $j_1 = j_3$, откуда следует связь между коэффициентом пропускания и отражения

$$T = 1 - R. \quad (6.7)$$

Чтобы рассчитать R и T , необходимо использовать условия сшивания для волновой функции и ее производной, вытекающие из уравнения непрерывности для электронной плотности $|\psi(z)|^2$ [17]:

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0), & \psi_2(a) = \psi_3(a), \\ \psi_1'|_{z=0} = \psi_2'|_{z=0}, & \psi_2'|_{z=a} = \psi_3'|_{z=a}. \end{cases} \quad (6.8)$$

Эти условия приводят к системе 4-х уравнений для неизвестных амплитуд A_n^\pm , решение для которых выражается через заданную амплитуду падающей волны A_1^+ . При подстановке этих решений в (6.5), формула для коэффициента пропускания принимает вид

$$T = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{k}{q} - \frac{q}{k} \right)^2 \sin^2(aq) \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(aq)}{4(E/V)(E/V + 1)} \right\}^{-1}. \quad (6.9)$$

Согласно этой формуле коэффициент T является осциллирующей функцией энергии электрона E , максимальное значение которой равняется единице и соответствует полной прозрачности структуры. Достигается это значение при некоторых – резонансных значениях энергий E_n , удовлетворяющих условию $aq_n = n\pi$, где n целое положительное число. Причина столь необычного результата связана с наличием отраженных волн от гетерограниц, которые при резонансных значениях энергии электрона гасят друг друга за счет интерференции между собой.

Из условия для резонансных значений энергии при $E_n > 0$ с учетом (6.2) получаем

$$E_n = V_a \left(n^2 - V/V_a \right), \quad (6.10)$$

где $n \geq \sqrt{V/V_a}$, $V_a = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$. Если $V = n_1^2 V_a$, где n_1 - целое число, тогда квантовое число n может принимать значения $n \geq n_1$, а первый резонансный уровень $E_{n_1} = E_1 = 0$. Такие КЯ называются резонансными [23].

С учетом зависимости энергии E от волнового числа q (см.(6.2)) формулу (6.9) можно переписать в удобном для анализа виде

$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \left(\pi \sqrt{(V/V_a)(E/V + 1)} \right) \right\}^{-1}. \quad (6.11)$$

Согласно этой формуле для резонансной КЯ при $E \rightarrow 0$ коэффициент пропускания $T \rightarrow 1$, тогда как для нерезонансных КЯ при $E=0$ коэффициент пропускания $T=0$. На рис. 6.2 представлена зависимость $T(E)$, рас-

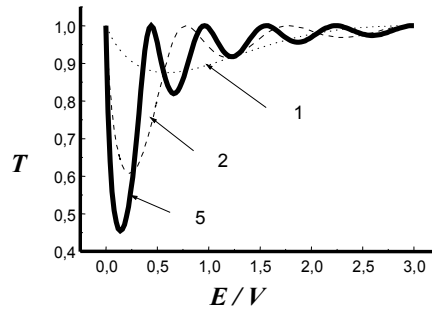


Рис. 6.2. Зависимость коэффициента прозрачности от энергии при прохождении электрона над резонансной КЯ.

считанная для резонансных КЯ. Кривой с номером m соответствует значение глубины квантовой ямы $V = m^2 V_a$. Из рисунка следует, что значения коэффициента прохождения относительных минимумов с ростом энергии электрона быстро стремятся к единице. Т.е. перепад $\Delta T = 1 - T_{min}$ между соседним максимумом и минимумом с ростом энергии стремится к нулю, а, следовательно, резонансные свойства коэффициента прохождения исчезают.

6.1.2. Коэффициент пропускания и резонансное туннелирование электронов при прохождении над потенциальным барьером

Задача о движении электрона над прямоугольным потенциальным барьером аналогична задаче о движении электрона над прямоугольной потенциальной ямой, в которой знак у V нужно заменить на обратный

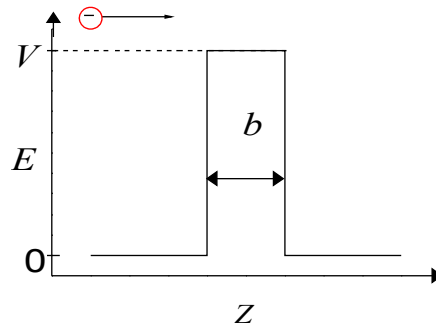


Рис. 6.3. Прохождение электрона над потенциальным барьером

(рис. 6.3.). При этом энергия электрона не должна быть ниже высоты ПБ, т.е. $E \geq V$. С учетом сказанного, заменяя в формулах (6.9) и (6.11) V на $-V$, a - ширину КЯ на b - толщину ПБ, для коэффициента пропускания получаем

$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(bq)}{4(E/V)(E/V - 1)} \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2\left(\pi \sqrt{(V/V_b)(E/V - 1)}\right)}{4(E/V)(E/V - 1)} \right\}^{-1}, \quad (6.12)$$

где $q = \sqrt{2m^*(E - V)}/\hbar$ - волновой вектор электрона над ПБ. Для резонансных значений энергии E_n , при которых коэффициент прохождения $T=1$, из условия $bq = n\pi$ получаем

$$E_n = V_b \left(n^2 + V/V_b \right), \quad (6.13)$$

где $n = 1, 2, \dots; V_b = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* b^2$.

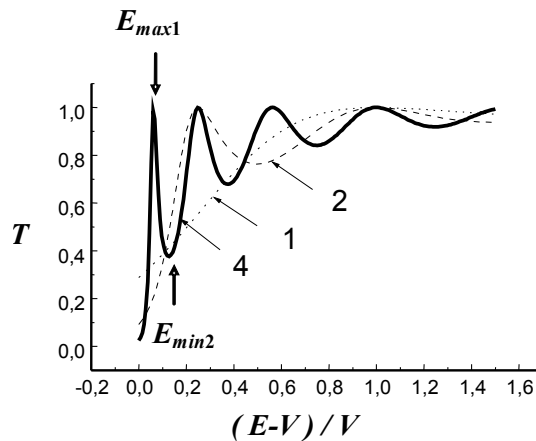


Рис. 6.4. Зависимость коэффициента пропускания от энергии электрона, проходящего над потенциальным барьером.

На рис. 6.4 представлена зависимость $T(E)$, рассчитанная по формуле (12). Кривым на графике с номером m соответствуют значения высоты потенциального барьера $V = m^2 V_b$.

Графики зависимости $T(E)$ для прохождения электрона над КЯ и ПБ, представленные на рис. 6.2 и рис. 6.4, существенно различаются лишь при малых значениях энергии. Это связано с тем, что для энергии электрона, близкой к высоте ПБ, коэффициент пропускания всегда меньше единицы:

$$\lim_{E \rightarrow V} T = \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \frac{V}{V_b} \right)^{-1}. \quad (6.14)$$

В таблице 2 приведены некоторые характеристики для коэффициента надбарьерного прохождения электроном гетероструктуры GaAs/AlGaAs. Данные взяты из работы [2]. Из таблицы следует, что перепад между первым максимумом и вторым минимумом в коэффициенте пропускания T с ростом ширины барьера и его высоты растет. А раз Таблица 2.

Значения параметров и характеристики коэффициента надбарьерного прохождения электронов для гетероструктуры GaAs / Al_xGa_{1-x}As.

b , нм	V , эВ	$E_{max,1}-V$, мэВ	$E_{min,2}-V$, мэВ	$T_{max,1}-T_{min,2}$
5	0.40	180	405	0.2
5	0.25	180	405	0.075
10	0.40	45	99	0.5
10	0.25	45	99	0.31

ница в энергии электрона между $E_{min,2}$ и $E_{max,1}$ с ростом ширины барьера b уменьшается, и от высоты барьера V не зависит. Для того, чтобы падение коэффициента пропускания T с ростом энергии (скорости) электрона на участке $E_{max,1} < E < E_{min,2}$ проявилось на зависимости тока от напряжения в виде участка с отрицательной дифференциальной проводимостью (ОДП), необходимо, чтобы $\Delta T = T_{max,1} - T_{min,2} = 1 - T_{min,2}$ и $\Delta E = E_{min,2} - E_{max,1}$ принимали как можно большие значения. Для ΔE это условие вытекает из того, что энергия электрона в полупроводниках обязательно имеет тепловой разброс порядка k_0T , а следовательно должно выполняться условие $\Delta E \gg k_0T$. Из сказанного вытекает, что ОДП можно ожидать при прохождении тока через гетероструктуру, имеющую высокий и тонкий барьер. Однако преодолеть такой барьер могут толь-

ко электроны с большой энергией, превышающей высоту барьера ($E > V$), что существенно усложняет задачу получения участка ОДП на ВАХ такой структуры. Для надъямного прохождения эта проблема не возникает, так как для резонансных КЯ при $V = n_1^2 V_a$ первый максимум коэффициента прохождения T имеет место при $E_{\max,1} = 0$. Т.е. над резонансной ямой без заметного отражения могут проходить электроны даже с малым значением энергии (рис. 6.2). Таким образом для прохождения над резонансной КЯ при энергиях электронов близких к нулю величина $\Delta E = E_{\min,1}$. Из формулы (6.10) следует, что в этом случае $\Delta E \sim V_a$, откуда вытекает условие наблюдения ОДП при надъямном прохождении электронов

$$V_a \gg k_o T \quad \text{или} \quad a^2 \ll \frac{\pi^2 \cdot 2}{2m^* k_o T}. \quad (6.15)$$

Согласно этому условию, чем выше рабочая температура прибора, тем уже должна быть КЯ. Аналогичное условие имеет место и для толщины барьера b при прохождении электрона над ПБ, так как согласно формуле (6.13) величина $\Delta E \sim V_b$. При $m^* = 0.1 \cdot m_0$, $T = 77K$ из этой формулы вытекает условие на ширину КЯ и толщину ПБ - $a, b \ll 20$ нм.

Суммируя вышесказанное, можно сделать вывод, что гетероструктуры с одиночными потенциальным барьером или ямой, в принципе, могут быть использованы для создания приборов в качестве элементов с ОДП. Современный уровень эпитаксиальной технологии (молекулярно-лучевой эпитаксии) полупроводниковых соединений GaAs, AlAs и твердых растворов на их основе $Al_xGa_{1-x}As$ позволяет создавать гетероструктуры с потенциальными барьерами или ямами для электронов толщиной до $1.5 \div 2$ нм (от 3 до 4 атомных слоев), высота (глубина) которых может достигать 1.35 эВ (для структуры GaAs / AlAs). Однако получаемые на этих структурах аномалии ВАХ невелики, для того чтобы их можно было использовать в практических целях. Более перспективным в этом плане представляется использование гетероструктур, состоящих из последовательности потенциальных барьеров, разделенных квантовыми ямами. Наиболее простой из этих структур является двухбарьерная квантовая структура.

6.2. Туннелирование электронов через двухбарьерную квантовую структуру (ДБКС)

Двухбарьерной квантовой структурой будем называть гетероструктуру, состоящую из пяти слоев, в которой профиль дна зоны проводи-

мости в поперечном для слоев направлении имеет вид, представленный на рис. 6.5. Коэффициент прохождения такой структуры электронами T представляет собой в общем случае осциллирующую функцию, что приводит к возникновению ОДП. Чтобы рассчитать коэффициент прохо-

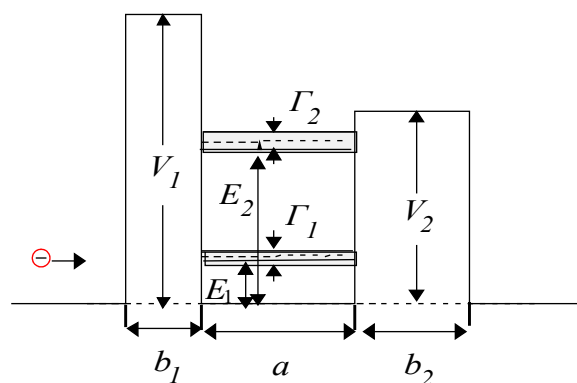


Рис. 6.5. Потенциальный рельеф несимметричной ДБКС с двумя резонансными энергетическими уровнями E_1 и E_2 в квантовой яме

ждения, необходимо решить уравнение Шредингера для свободных электронов, проходящих через эту структуру, аналогично тому, как это было сделано в случае надъямного и надбарьерного прохождения. Однако эту задачу можно упростить, если воспользоваться аналогией между прохождением электронной волны через ДБКС и прохождением электромагнитной волны через резонатор Фабри - Перо. Резонатор представляет собой прибор в виде прозрачной пластинки с полупрозрачными гранями, который может работать как оптический фильтр, пропуская через себя электромагнитные волны лишь с определенными частотами.

6.2.1. Прохождение электромагнитных волн через резонатор Фабри -Перо. Резонансные частоты

Проведем расчет коэффициента прохождения электромагнитной волны через резонатор Фабри-Перо, образованный двумя плоскими полупрозрачными зеркалами, при нормальном падении света на плоскость зеркал. На рис. 6.6 представлена схематическая картина падающей плоской электромагнитной волны с напряженностью электрического поля F , прохождение которой сопровождается отражением, преломлением и интерференцией когерентных волн. В результате этого падающая волна распадается на отраженную с напряженностью поля F' и прошедшую с напряженностью F'' . На рисунке для наглядности волна падает под углом близким к нулю. Согласно определению, коэффициент прохождения электромагнитной волны представляет собой отноше-

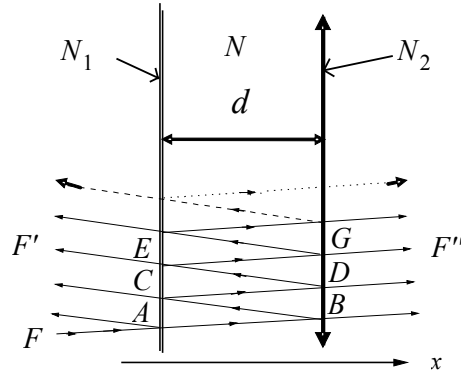


Рис. 6.6. Прохождение электромагнитной волны через резонатор Фабри – Перо.

ние потока энергии прошедшей волны к потоку энергии падающей волны. Поэтому, чтобы его найти необходимо рассчитать напряженность поля прошедшей волны $F'' = F_B'' + F_D'' + F_G'' + \dots$ по заданному значению F падающей волны*.

С учетом формул Френеля [17] при нормальном падении света для прошедших через резонатор когерентных волн получаем

$$\begin{aligned}
 F_B'' &= \tilde{T}_2 F_B = \tilde{T}_2 F_A'' \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) = \tilde{T}_2 \tilde{T}_1 F \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right), \\
 F_D'' &= \tilde{T}_2 F_D = \tilde{T}_2 F_C'' \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) = -\tilde{T}_2 \tilde{R}_1 F_C \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) \\
 &= -\tilde{T}_2 \tilde{R}_1 F_B' \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right) = \tilde{T}_2 \tilde{R}_1 \tilde{R}_2 F_B \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right) = q F_B'', \\
 F_G'' &= q F_D'' = q^2 F_B'',
 \end{aligned} \tag{6.15}$$

где $\tilde{T}_i = 1 - \tilde{R}_i$, $\tilde{R}_i = (N_i - N)/(N_i + N)$ - коэффициенты прохождения и отражения амплитуды электрического вектора, соответствующие различным зеркалам резонатора; $N_i = n_i + i\kappa_i$ - комплексные показатели преломления; ω - частота света; d - толщина резонатора (см. рис.6.6). Амплитуды отраженных волн отмечены одним штрихом, прошедших - двумя, падающих - не отмечены. С учетом формул (6.15), для коэффициента прохождения амплитуды, используя формулу для геометрической прогрессии, получаем

$$\tilde{T} = \frac{F''}{F} = \frac{F_B''}{F} \sum_{m=0}^{\infty} q^m = \frac{\tilde{T}_1 \tilde{T}_2 \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right)}{1 - \tilde{R}_1 \tilde{R}_2 \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right)}. \tag{6.16}$$

* Текст, выделенный курсивом, предназначен для углубленного изучения материала.

Пользуясь формулой (6.16), для искомого коэффициента прохождения по мощности будем иметь

$$T = \left| \frac{F''}{F} \right|^2 = |\tilde{T}|^2 = \frac{T_1 T_2 \exp(-\alpha d)}{\left(1 - \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha d)\right)^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha d) \sin^2(\omega \tau_0 + \varphi / 2)}, \quad (6.17)$$

где $T_i = |\tilde{T}_i|^2$, $R_i = |\tilde{R}_i|^2$, $\alpha = 2\omega \chi / c$ - коэффициент поглощения среды между зеркалами резонатора, $\tau_0 = nd / c = d / v$ - время прохождения света через пластинку, $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \sim [tg(\varphi_i) = Im(\tilde{R}_i) / Re(\tilde{R}_i)]$. В приближении малой прозрачности зеркал ($T_1, T_2 \ll 1$) и слабого поглощения ($\alpha d \ll 1$) коэффициент пропускания (6.17) с учетом того, что $R = 1 - T$, принимает более простой вид

$$T = \frac{T_1 T_2 / \theta^2}{1 + 4 \sin^2(\omega \tau_0 + \varphi / 2) / \theta^2}, \quad (6.18)$$

где $\theta = \alpha d + (T_1 + T_2) / 2$.

Согласно формулам (6.17), (6.18) коэффициент прохождения как функция частоты носит осциллирующий характер и имеет максимумы на резонансных частотах, удовлетворяющих уравнению

$$\sin(\omega_n \tau_0 + \varphi / 2) = 0. \quad (6.19)$$

Вблизи резонансной частоты с номером n функция T принимает вид

$$T = \frac{4T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2} \cdot \frac{(Q_n / Q_{bn})^2}{1 + 4Q_n^2 \cdot (\Delta \omega_n / \omega_n)^2}, \quad (6.20)$$

где $\Delta \omega_n = \omega - \omega_n$ - отклонение частоты от резонансной,

$$Q_n^{-1} = Q_{pn}^{-1} + Q_{bn}^{-1}, \quad Q_{pn}^{-1} = \frac{\alpha d}{\omega_n \tau_0} = \frac{1}{\omega_n \tau_\phi}, \quad Q_{bn}^{-1} = \frac{T_1 + T_2}{2\omega_n \tau_0}, \quad (6.21)$$

Q_n, Q_{pn}, Q_{bn} - нагруженная, собственная и внешняя добротности резонатора на частоте ω_n , $\tau_\phi = \tau_0 / \alpha d = 1 / \alpha v$ - среднее время жизни фотона в

резонаторе², связанное с поглощением. В случае идентичных зеркал ($T_1 = T_2 = T_0$) при слабом поглощении света ($\alpha(\omega_n) \rightarrow 0 \Rightarrow \tau_\phi \rightarrow \infty$) функция T в области частоты ω_n принимает наиболее простой вид

$$T(\omega) = 1 / \left(1 + 4Q_{bn}^2 (\Delta \omega_n / \omega_n)^2 \right) = 1 / \left(1 + (2\Delta \omega_n \tau_0 / T_0)^2 \right) \quad (6.22)$$

и при $\omega = \omega_n$ принимает максимальное значение, равное единице.

Рассмотрим специфику электромагнитных волн, для которых коэффициент прохождения имеет максимальное значение.

Для этого решим уравнение (6.19), предполагая, что зеркала резонатора идентичны и представляют собой металлический напыленный слой на прозрачной пластинке. Это соответствует следующим приближениям (см. рис.6.6):

$$N_1 = N_2 = N_0 \approx i\chi_0, \quad N = n + i\chi, \quad \chi_0^2 \gg n^2 \gg \chi^2.$$

С учетом данных приближений для коэффициента отражения зеркал получаем

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 = \tilde{R}_2 = \tilde{R}_0 &= \frac{N_0 - N}{N_0 + N} = \frac{\chi_0^2 - \chi^2 - n^2 + 2i\chi_0 n}{(\chi_0 + \chi)^2 + n^2}, \\ R_0 = |\tilde{R}_0|^2 &= 1 - T_0 = \frac{n^2 + (\chi_0 - \chi)^2}{n^2 + (\chi_0 + \chi)^2} \approx 1 - 4 \frac{\chi}{\chi_0} \sim 1, \\ \text{tg}(\varphi_0) &= \frac{2\chi_0 n}{\chi_0^2 - \chi^2 - n^2} \approx \frac{2n}{\chi_0} \sim 0, \end{aligned} \quad (6.23)$$

где $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$.

Из формул (6.23) следует, что фазой φ в уравнении (6.19) можно пренебречь. Тогда для резонансных частот получаем простую формулу

$$\omega_n = (\pi / \tau_0) \cdot n = \pi v n / d = \pi \lambda_n n / T_n d = 2\pi / T_n. \quad (6.24)$$

Из этой формулы, где T_n - период колебаний с частотой ω_n , следует, что резонансным частотам соответствуют такие волны, которые удовлетворяют условию стоячих волн в резонаторе

$$n = d / (\lambda_n / 2). \quad (6.25)$$

² Как известно, при прохождении света через поглощающую среду вдоль оси x концентрация фотонов зависит от координаты по закону Бугера $n = n_0 \exp(-\alpha x)$. Подставляя это выражение в стационарное уравнение непрерывности $v \cdot (dn/dx) = -n/\tau_\phi$, для времени жизни фотонов получаем указанное выражение.

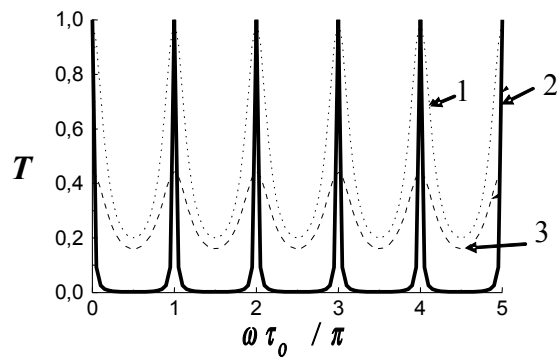


Рис. 6.7. Зависимость коэффициента прохождения света через резонатор Фабри-Перо от частоты:

$$1 \sim T_0 = 1, \alpha d = 0; \quad 2 \sim T_0 = 0.1, \alpha d = 0; \quad 3 \sim T_0 = 1, \alpha d = 0.5.$$

На рис. 6.7 представлена зависимость коэффициента прохождения света через резонатор Фабри -Перо от частоты, рассчитанная по формуле (6.18) в приближении идентичных зеркал и пренебрежимо малом значении фазы, при различных значениях коэффициента прохождения зеркал T_0 и коэффициента межзеркального поглощения. Из рисунка следует, что уменьшение прозрачности зеркал (увеличение внешней добротности) существенно уменьшает нерезонансное прохождение и слабо влияет на резонансное. Наоборот, увеличение коэффициента поглощения и толщины резонатора (уменьшение собственной добротности) приводит к резкому уменьшению коэффициента вблизи резонансного прохождения и слабому уменьшению в области нерезонансных частот.

6.2.2 Энергетический спектр электронов в изолированной несимметричной КЯ.

Рассмотрим общий случай энергетического спектра электрона в изолированной несимметричной КЯ, которая представляет собой КЯ несимметричной ДБКС при бесконечной толщине барьеров. Для этого необходимо решить уравнение Шредингера (6.1) для электрона в потенци-альной яме, профиль которой представлен на рис. 6.8, при условии, что энергия электрона со-

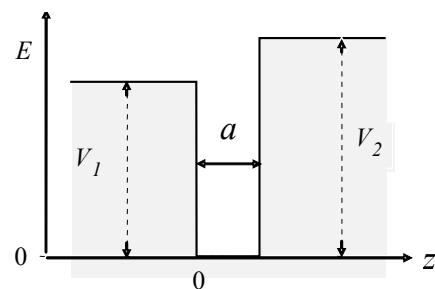


Рис. 6.8. Профиль несимметричной квантовой ямы.

ответствует локализованному движению ($E < V_1$). С учетом того, что при данных значениях энергии волновая функция электрона в барьерах будет иметь затухающий характер, уравнения (6.2) в данном случае запишутся в виде

$$\begin{aligned}
\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_1 + V_1 \right) &= E \psi_1, \quad \psi_1 = A_1^+ e^{k_1 z} \quad (z < 0), \\
-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_2 &= E \psi_2, \quad \psi_2 = A_2^+ e^{iqz} + A_2^- e^{-iqz} \quad (0 \leq z \leq a), \\
\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_2 \right) \psi_3 &= E \psi_3, \quad \psi_3 = A_3^- e^{-k_2 z} \quad (z > a),
\end{aligned} \quad (6.26)$$

где $k_1 = \sqrt{2m^*(V_1 - E)} / \hbar > 0$, $k_2 = \sqrt{2m^*(V_2 - E)} / \hbar > 0$ - коэффициенты затухания волновой функции в барьерах, $q = \sqrt{2m^*E} / \hbar$ - волновое число электрона в КЯ, A_i^\pm - константы. Для решения этой системы уравнений нужно воспользоваться условиями сшивания волновой функции и её производной на гетерогранице, в результате чего получается трансцендентное уравнение для расчета разрешенных значений волнового числа q и энергии E .

Пользуясь видом волновой функции в барьерах и КЯ, с учетом условий сшивания на гетерограницах (6.8) получаем систему уравнений для расчета собственных значений энергии

$$\begin{cases} A_1^+ = A_2^+ + A_2^-, & k_1 A_1^+ = q(A_2^+ - A_2^-), \\ A_2^+ \exp(iqa) + A_2^- \exp(-iqa) = A_3^- \exp(-k_2 a), \\ q(A_2^+ \exp(iqa) - A_2^- \exp(-iqa)) = -k_2 A_3^- \exp(-k_2 a). \end{cases} \quad (6.27)$$

Решение этой системы уравнений упрощается, если учесть, что оператор Гамильтона в уравнениях (25) является вещественным. Согласно квантовой механике [11] это означает, что комплексно сопряженная волновая функция ψ^* тоже является решением уравнения Шредингера с заданным значением энергии E , а поэтому волновую функцию можно выбрать вещественной. Для этого будем считать, что

$$\begin{aligned}
A_1^+ &= A_1, \quad A_3^- = A_3, \\
A_2^+ &= (A_2 / 2) \cdot \exp(i\delta), \quad A_2^- = (A_2 / 2) \cdot \exp(-i\delta),
\end{aligned} \quad (6.28)$$

где амплитуды A_i являются вещественными величинами, δ - фазовый множитель. С учетом (6.28) система уравнений (6.27) перепишется в виде

$$\begin{cases} A_1 = A_2 \cos(\delta), & k_1 A_1 = -q A_2 \sin(\delta), \\ A_2 \cos(qa + \delta) = A_3 \exp(-k_2 a), \\ q A_2 \sin(qa + \delta) = k_2 A_3 \exp(-k_2 a). \end{cases} \quad (6.29)$$

Из первых двух уравнений этой системы получаем

$$\tan(\delta) = -k_1 / q, \quad (6.30)$$

откуда следует, что при положительных значениях k_1 и q фаза δ может меняться в пределах

$$0 \leq \delta' \leq \pi / 2, \quad (6.31)$$

где $\delta' = \delta - \pi / 2 - m\pi$, m - целое число. Заменяя в системе уравнений (6.29) δ на δ' и избавляясь от амплитуд, с учетом (6.26), (6.31) эту систему можно привести к виду

$$\begin{cases} \sin(\delta') = (q / k_1) \cos(\delta') = \\ \quad = q / \sqrt{q^2 + k_1^2} = \sqrt{2m^* V_1}, \\ \sin(qa + \delta') = -(q / k_1) \cos(qa + \delta') = \\ \quad = -q / \sqrt{q^2 + k_2^2} = -\sqrt{2m^* V_2}. \end{cases} \quad (6.32)$$

Решая эти трансцендентные уравнения относительно аргументов периодических функций, получаем

$$\begin{aligned} \delta' &= \arcsin\left(\sqrt{2m^* V_1}\right), \\ qa + \delta' &= \pi - n - \arcsin\left(\sqrt{2m^* V_2}\right). \end{aligned} \quad (6.33)$$

С учетом формул (6.33) искомое уравнение для расчета собственных уровней энергии принимает вид

$$\begin{aligned} q_n a &= \pi - n - \arcsin\left(\sqrt{2m^* V_1}\right) - \\ &\quad - \arcsin\left(\sqrt{2m^* V_2}\right), \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.34)$$

Величина n не может равняться нулю, так как энергия электрона в КЯ, а следовательно и q , не могут равняться нулю в силу соотношения неопределенности Гейзенберга. Поскольку аргумент функции \arcsin может меняться от нуля до единицы, то при $V_1 < V_2$ из (6.33) вытекает условие на величину q

$$0 < q < \sqrt{2m^* V_1}, \quad (6.35)$$

которое ограничивает число возможных решений для собственных значений энергии $E_n = \frac{\hbar^2 q_n^2}{2m^*}$. Следовательно, для несимметричной КЯ с конечной высотой барьеров может существовать лишь конечное число разрешенных (собственных) уровней энергии (см. ниже).

В уравнении (6.34) левая часть с ростом q возрастает, а правая убывает. Отсюда следует, что решение для q при $n \neq 0$ возможно только при условии, что левая часть при максимальном значении q будет больше, чем правая

$$a\sqrt{2m^*V_1}/\hbar > \pi(n - 1/2) - \arcsin(\sqrt{V_1/V_2}). \quad (6.36)$$

Из этого уравнения при $n=1$ вытекает, что при достаточно малых значениях a и V_1 , если выполняется условие

$$a\sqrt{2m^*V_1}/\hbar < \pi/2 - \arcsin(\sqrt{V_1/V_2}), \quad (6.37)$$

связанные состояния в несимметричной КЯ существовать не могут.

Учитывая аналогию между электромагнитной волной и электронной, следует ожидать, что зависимость коэффициента прохождения электрона через ДБКС от энергии будет иметь качественно тот же вид, что и зависимость коэффициента прохождения электромагнитной волны через резонатор Фабри-Перо от частоты. Так что резонансные пики коэффициента прохождения электрона через ДБКС также будут соответствовать резонансным частотам или энергии собственных состояний КЯ этой структуры.

Для симметричной КЯ ($V_1=V_2=V$) уравнение (6.34) принимает известный вид [17]

$$q_n a = \pi n - 2 \arcsin(\hbar q_n / \sqrt{2m^*V}), \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6.38)$$

а условие существования собственного значения энергии с номером n (6.36) преобразуется к виду

$$a\sqrt{2m^*V}/\hbar > \pi(n - 1), \quad (6.39)$$

которое выполняется при любом значении a и V . Из этого следует, что симметричная КЯ отличается от несимметричной тем, что в любом случае имеет хотя бы одно связанное состояние. В общем случае число разрешенных уровней энергии в симметричной прямоугольной КЯ конечной глубины с учетом (6.39) равно целой части от величины

$$n = \text{integer} \left(\frac{a}{\pi \hbar} \sqrt{2m^*V} + 1 \right)$$

В случае бесконечно глубокой КЯ ($V \rightarrow \infty$) уравнение (6.38) имеет аналитическое решение, соответствующее стоячим волнам (см. (6.25))

$$q_n a = 2\pi a / \lambda_n = \pi n, \quad E_n = (\pi n)^2 / 2m^* a^2. \quad (6.40)$$

Энергетический спектр в этом случае, как и для электрона в атоме водорода, представляет собой бесконечный набор дискретных уровней, зависящих от целого квантового числа n . Однако, если в атоме водорода $E_n \sim n^{-2}$ и при $n \rightarrow \infty$ значение $E_n \rightarrow 0$, то в КЯ уровни $E_n \sim n^2$ и при $n \rightarrow \infty$ значение $E_n \rightarrow \infty$.

Формулой (6.40) для расчета E_n можно пользоваться и при конечном значении V , если выполняется условие, вытекающее из (6.38) и (6.39)

$$a\sqrt{2m^*V} / \pi \gg \pi n, \quad (6.41)$$

которое соответствует достаточно большим значениям ширины КЯ a и высоты барьера V . В противном случае, когда ширина КЯ и высота барьера настолько малы, что в КЯ реализуется лишь одно связанное состояние, его энергию можно рассчитать по формуле³

$$E_1 = V \left(1 - a^2 m^* V / 2 \right). \quad (6.42)$$

Для КЯ произвольной формы вид волновой функции и положение разрешенных уровней энергии определяются из решения уравнения Шредингера (6.1) с потенциальной энергией $V(z)$ общего вида. Для практически важного случая симметричной КЯ в однородном электрическом поле с напряженностью поля $F = (0, 0, -F)$ функцию потенциальной энергии можно представить в виде (рис. 6.9)

³ Из формулы (6.38) при $n=1$ и $V, a \rightarrow 0$ следует

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{qa}{2}\right) = \frac{q}{\sqrt{2m^*V}} = \cos\left(\frac{qa}{2}\right) \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{qa}{2}\right)^2.$$

При $a = 0$ из этого уравнения получаем значение $q_0 = \sqrt{2m^*V} / \pi$. Подставляя его в правую часть уравнения при $a \neq 0$ с учетом того, что $q = \sqrt{2m^*E} / \pi$, получаем искомое выражение

$$\frac{E_1}{V} = \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{q_0 a}{2} \right)^2 \right)^2 \approx 1 - \left(\frac{q_0 a}{2} \right)^2 = 1 - \frac{a^2 m^* V}{2 \pi^2}.$$

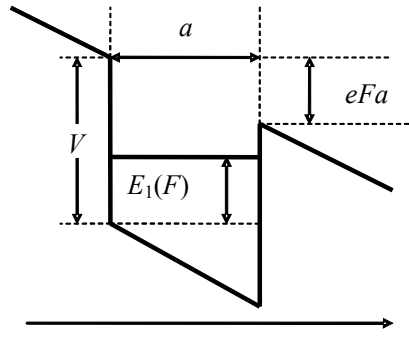


Рис. 6.9 Вид симметричной КЯ в однородном электрическом поле.

$$V(z) = \begin{cases} V - eFz, & z < 0, \\ -eFz, & 0 \leq z \leq a, \\ V - eFz, & z > a \end{cases}$$

В этом случае собственные волновые функции электрона выражаются через функции Эйри [17], а собственные значения энергии $E_n(F)$ близки к дискретным уровням прямоугольной симметричной КЯ глубиной $V' = V - eFa/2$. Это означает, что собственные уровни энергии КЯ в электрическом поле связаны с уровнями энергии КЯ без поля E_n приближенным соотношением

$$E_n(F) \approx E_n - eFa/2. \quad (6.43)$$

Из этой формулы вытекает, что положением резонансных уровней в КЯ с помощью поперечного электрического поля можно легко управлять. Следует отметить, что в КЯ произвольной формы от поля будет зависеть не только положение самих уровней энергии, но и их положение относительно друг друга. Это определяет зависимость от электрического поля спектра межподзонного оптического поглощения, связанного с оптическими переходами электронов между уровнями $E_n(F)$.

6.2.3. Естественное и релаксационное уширения уровней энергии в квантовой яме ДБКС

Квантовая яма в ДБКС не является изолированной, так как толщина барьеров в ней сравнима с шириной КЯ. Отсюда следует, что электрон может уйти из нее, проходя через барьеры туннельным способом. Согласно квантовой механике это означает, что состояние электрона в КЯ не является стационарным и его энергия является неопределенной величиной. Т.е. в КЯ ДБКС дискретным уровням энергии будут соответствовать разрешенные полосы, ширина которых определяется временем

жизни электрона τ с данной энергией. Если известно время жизни за счет туннелирования из ямы - естественное время жизни τ_b и время жизни, связанное с рассеянием- релаксационное время жизни τ_p , то величину τ можно рассчитать по известной формуле для полного времени жизни

$$\tau^{-1} = \tau_b^{-1} + \tau_p^{-1}. \quad (6.44)$$

Собственное время жизни электрона в КЯ рассматриваемой ДБКС (см. рис. 6.8) с энергией E_n определяется через коэффициенты пропускания каждого из барьеров T_{1n} и T_{2n} по формуле

$$\tau_{bn} = \tau_{on} / \frac{1}{2}(T_{1n} + T_{2n}), \quad (6.45)$$

где⁴ $\tau_{on} = a/v_n$ - время пролета электроном КЯ со скоростью $v_n = \sqrt{2m^* E_n} / \hbar$. Коэффициент пропускания для электрона с энергией E , туннелирующего через потенциальный барьер высотой V и толщиной b , зависит от энергии по формуле (6.12), в которой при $E < V$ нужно положить волновой вектор равным $q = i\chi = i\sqrt{2m^*(V - E)} / \hbar$:

$$T = \left\{ 1 + \frac{\text{sh}^2(b\chi)}{4(E/V)(1 - E/V)} \right\}^{-1}, \quad (6.46)$$

где функция $\text{sh}(x)$ - гиперболический синус. В случае толстых и высоких барьеров по сравнению с энергией электрона E при условии $b\chi = b\sqrt{2m^*(V - E)} / \hbar \gg 1$ выражение для коэффициента пропускания принимает простой вид

$$T = 16 \frac{E}{V} \left(1 - \frac{E}{V} \right) \exp(-2b\sqrt{2m^*(V - E)} / \hbar). \quad (6.47)$$

Согласно этой формуле коэффициент пропускания с уменьшением энергии электрона экспоненциально убывает. Для симметричной ДБКС

⁴ Уравнение непрерывности для расчета вероятности нахождения электрона в КЯ с энергией E имеет вид $\frac{d\rho}{dt} = -\frac{v}{2a}(T_1 + T_2)\rho$, где $\rho = \int_0^a |\psi|^2 dz$,

$\tau_0^{-1} = v/a = \sqrt{2m^* E} / \hbar a$ - частота соударений электрона со стенками КЯ, фактор 2 связан с равной вероятностью для электрона двигаться направо или налево. Согласно этому уравнению вероятность со временем убывает по экспоненциальному закону $\rho(t) = \rho(0) \exp(-t/\tau)$, откуда вытекает формула (6.45).

($V_1 = V_2 = V$, $b_1 = b_2 = b$) с учетом (6.47) собственное время жизни выражается формулой

$$\tau_b = \frac{\tau_o}{T} \cong \frac{aV^2}{16vE(V-E)} \exp\left(2b\sqrt{2m^*(V-E)} / \bullet\right). \quad (6.48)$$

Из этой формулы следует, что с ростом E собственное время жизни экспоненциально убывает. При $E \rightarrow 0$, $\tau_b \rightarrow \infty$. В табл. 3 приведены рассчитанные по формулам (6.45), (6.46) значения собственного времени жизни для нижнего резонансного уровня симметричной ДБКС на основе гетероструктуры $Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs$, где $m^*=0.067 m_0$, $V_1=V_2=0.2$ эВ, $E_1=70$ мэВ, $\tau_0=8.5 \cdot 10^{-15}$ с. Значение энергии E_1 рассчитывалось из уравнения (4.38).

Таблица 3

Собственное время жизни и уширения первого резонансного уровня для симметричной ДБКС на основе гетероструктуры $Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs$.

a , нм	b , нм	τ_b , 10^{-14} с	Γ_b , мэВ
5	7	250	0.25
5	5	33	1.9
5	3	4.9	13
5	2	2.0	31
5	1	1.1	59

Как говорилось выше, существование конечного времени жизни у электрона в состоянии с энергией E приводит к неопределенности в энергии, т.е. к «расплыванию» этого уровня. Его ширина Γ связана с временем жизни соотношением неопределенности $\Gamma = \bullet / \tau$. Следовательно, с учетом (6.44) полное уширение резонансных уровней в КЯ можно рассчитать по формуле $\Gamma = \Gamma_b + \Gamma_p$, где $\Gamma_b = \bullet / \tau_b$ (см. табл.3) - естественное уширение, $\Gamma_p = \bullet / \tau_p$ - релаксационное уширение уровня. Следует подчеркнуть, что τ_p^{-1} есть сумма вероятностей всех процессов, разрушающих когерентность волновой функции, включая все механизмы рассеяния электрона как внутри слоев, так и на границах. Для собственного (чистого) $GaAs$ при $T=77$ К значение $\tau_p \gg 10^{-12}$ с, $\Gamma_p \leq 0.1$ мэВ, при $T=300$ К – $\tau_p \approx 3 \cdot 10^{-13}$ с, $\Gamma_p \approx 2$ мэВ.

С ростом концентрации дефектов и температуры, а также с увеличением прозрачности барьеров полное уширение уровня увеличивается. Чтобы квантование уровней в КЯ ДБКС было заметным, необходимо,

чтобы за счет уширения уровни не перекрывались, т.е. выполнялось условие

$$E_n - E_{n-1} > (\Gamma_n + \Gamma_{n-1})/2, \quad (E_0 = \Gamma_0 = 0). \quad (6.49)$$

6.2.4. Туннелирование электронов через ДБКС в области резонансных значений энергии. Формула Лоренца

Рассмотрим прохождение электронов через ДБКС (см. рис. 6.5) в отсутствие внешнего поля. Если энергия электрона, связанная с движением перпендикулярно слоям ДБКС, будет меньше высоты любого потенциального барьера, такое движение возможно только за счет туннелирования электронов через оба барьера. Так как этот процесс можно описать на языке коэффициентов отражения и пропускания, а волновая функция электрона будет представлять собой плоскую волну (в приближении эффективной массы), то, очевидно, прохождение электронов через ДБКС будет описываться формулой (6.17) или для достаточно широких и высоких барьеров с малым коэффициентом пропускания формулами (6.18), (6.20), (6.22). В этих формулах под резонансными частотами нужно понимать частоты электронных волн, соответствующие стоячим волнам в КЯ, т.е. собственным значениям энергии в КЯ $\omega_n = E_n / \hbar$. Используя эту «электродинамическую» аналогию между прохождением электромагнитной волны через резонатор Фабри-Перо и электронной волны через ДБКС, для внешней, собственной и нагруженной добротностей ДБКС с учетом (6.21), (6.45) получаем

$$Q_{bn} = \frac{2\omega_n \tau_{on}}{T_{1n} + T_{2n}} = \omega_n \tau_{bn} = \frac{E_n}{\Gamma_{bn}}, \quad Q_{pn} = \omega_n \tau_{pn} = \frac{E_n}{\Gamma_{pn}}, \quad (6.50)$$

$$Q_n = \omega_n \tau_n = \frac{E_n}{\Gamma_n}.$$

Для коэффициента прохождения электрона через несимметричную ДБКС в области резонансных значений энергии, учитывая (6.20), (6.50), получаем известную формулу Лоренца

$$T_n(E) = \frac{4T_{1n}T_{2n}}{(T_{1n} + T_{2n})^2} \cdot \frac{\Gamma_{bn}^2}{\Gamma_n^2 + 4(E - E_n)^2}. \quad (6.51)$$

Для симметричной ДБКС при резонансном значении энергии $E=E_n$ коэффициент пропускания согласно этой формуле меньше единицы и равен

$$T_n = (\Gamma_{bn} / \Gamma_n)^2 = (\tau_{pn} / (\tau_{pn} + \tau_{bn}))^2. \quad (6.52)$$

Из этой формулы следует, что прозрачность ДБКС для резонансных значений энергии электрона существенно зависит от релаксации составляющей импульса, связанной с движением вдоль оси ДБКС, т.е. от рассеяния электрона, приводящего к изменению продольной составляющей импульса. При $\tau_{pn} \rightarrow \infty$ просветление увеличивается и $T_n \rightarrow 1$, а уширение полосы прозрачности уменьшается ($\Gamma_n \rightarrow \Gamma_{bn}$). С увеличением рассеяния при $\tau_{pn} \ll \tau_{bn}$ прозрачность становится очень слабой ($T_n = (\tau_{pn}/\tau_{bn})^2 \rightarrow 0$), а ширина полосы резонансного пропускания сильно увеличивается. Уширение резонансного уровня приводит к тому, что электроны, не имеющие резонансного значения импульса, при подходе к структуре за счет рассеяния могут его получить, т.е. число электронов, способных пройти через структуру, возрастает. Т.о. с ростом температуры вероятность резонансного туннелирования должна уменьшаться, а число электронов, проходящих с этой вероятностью через ДБКС, увеличиваться.

Формула (6.51) для коэффициента пропускания в области резонансных значений энергии остается справедливой до тех пор, пока спектр собственных уровней энергии в КЯ остается квазидискретным (см. (6.49)), что соответствует условию⁵ $\tau_p > 2\tau_0$. Если это условие не выполняется, встречные (отраженные) волны в КЯ оказываются некогерентными, и спектр из квазидискретного становится непрерывным. При этом о многократном отражении электронной волны в КЯ следует забыть и вместо резонансного туннелирования рассматривать последовательное туннелирование электронов через отдельные барьеры.

Неидентичность барьеров ДБКС может повлиять не только на энергетический спектр КЯ (см. п.6.2.2.), но и на резонансное туннелирование. При слабом рассеянии⁶ ($\tau_p \gg \tau_b > \tau_0$) полное уширение резонансного уровня $\Gamma = \Gamma_b$, и в соответствии с (6.51) для коэффициента пропускания при резонансном значении энергии получаем формулу

⁵ Согласно формуле для неопределенностей Гейзенберга значение импульса электрона в КЯ $p \approx \hbar/a$. Следовательно, энергия электрона $E = \hbar p / 2m = \hbar^2 / 2ma^2 = \hbar^2 / 2\tau_0$. Используя требование квазидискретности ($E > \Delta E = \hbar / \tau_p$), получаем искомое условие. Отметим, что условие $\tau_p \gg \tau_0$ соответствует условию слабого поглощения фононов в резонаторе Фабри-Перо ($\tau_\phi = 1/\alpha v_\phi \gg \tau_0 = d/v_\phi \Rightarrow \alpha d \ll 1$).

⁶ Из формулы (6.45) следует, что при прозрачности барьеров отличной от единицы, τ_b всегда больше τ_0 .

$$T_n(E_n) = \frac{4T_{1n}T_{2n}}{(T_{1n} + T_{2n})^2}, \quad (6.53)$$

согласно которой при $T_1 \neq T_2$ коэффициент пропускания не может быть равен единице, т.е. за счет неидентичности барьеров вероятность резонансного туннелирования уменьшается. Поскольку проницаемости барьеров T_i экспоненциально зависят от толщины и высоты барьеров (см. (6.47)), небольшое различие этих параметров в случае слабого рассеяния может привести к резкому падению резонансной прозрачности ДБКС, а, следовательно, и рабочего тока. Поэтому требование высокой идентичности и однородности барьерных слоев, а также гладкости гетерограниц является основным условием при изготовлении резонансно-туннельных полупроводниковых гетероструктур и приборов на их основе.

В случае сильного рассеяния ($\tau_b \gg \tau_p \gg \tau_0$) полное уширение резонансного уровня $\Gamma = \Gamma_p$ и согласно (6.51) для коэффициента пропускания при резонансном значении энергии получаем

$$T_n(E_n) = T_{1n}T_{2n} \cdot (\tau_p / \tau_0)^2. \quad (6.54)$$

Из этой формулы следует, что при сильном рассеянии вероятность резонансного туннелирования с ростом прозрачности любого из барьеров растет. Т.е. рассеяние «сглаживает» (уменьшает) влияние неидентичности барьеров.

Согласно анализу, проведенному выше, вероятность резонансного туннелирования электронов через ДБКС по отношению к нерезонансному будет максимальной при условии слабого рассеяния и малой прозрачности барьеров

$$\tau_p \gg \tau_b \gg \tau_0. \quad (6.55)$$

Считая, что толщина барьеров имеет величину порядка ширины КЯ, для времени пролета электрона $\tau_{пр}$ через ДБКС с учетом (6.55) получаем

$$\tau_{пр} \approx \tau + 2\tau_0 \approx \tau_b. \quad (6.56)$$

Согласно данным табл.3 это время может меняться в пределах $10^{-14} \div 10^{-12}$ с. Столь малая величина времени пролета предполагает возможность генерации СВЧ колебаний с помощью ДБКС в терагерцевом диапазоне.

6.3. Резонансно-туннельный диод (РТД)

Резонансно-туннельным диодом будем называть многослойную полупроводниковую структуру, в которой имеется ДБКС, параметры которой подбираются таким образом, чтобы в КЯ имелся один резонансный уровень.

6.3.1. Структура и действие РТД

На рис.6.10 представлена схема резонансно-туннельного диода на основе гетероструктуры GaAs / $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, состоящего из пяти слоев, крайние из которых обычно представляют собой сильно легированный

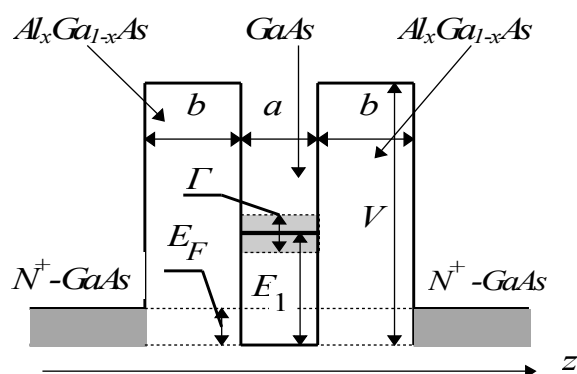


Рис. 6.10. Схема РТД на основе гетероструктуры GaAs / $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ с одним резонансным уровнем в КЯ.

GaAs с вырожденным электронным газом. Барьеры ДБКС состоят из не легированного твердого раствора $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. В КЯ из собственного GaAs находится один резонансный уровень E_1 с уширением Γ : при $x=0.3$, $V \approx 0.2$ эВ, $a=5$ нм, $b=2 \div 5$ нм, $E_1 \approx 70 \div 80$ мэВ, $\Gamma=\Gamma_b \approx 2 \div 30$ мэВ (см. табл.3), ($\Gamma_p(77\text{ K}) \leq 0.1$ мэВ, $\Gamma_p(300\text{ K}) \approx 2$ мэВ).

Если к такой структуре приложить разность потенциалов, то через нее пойдет ток, имеющий две составляющие - резонансную и нерезонансную. Резонансный ток связан с движением электронов от эмиттера до коллектора через резонансный уровень в КЯ, положение которого в данном случае является функцией приложенного напряжения U . Нерезонансная составляющая связана прежде всего с надбарьерным протеканием и нерезонансным подбарьерным. Очевидно, с понижением температуры и улучшением параметров ДБКС (увеличением вероятности резонансного туннелирования и уменьшением нерезонансного) нерезонансная составляющая будет убывать.

Чтобы получить качественную картину зависимости резонансной составляющей тока симметричного РТД от напряжения, для простоты будем считать, что электронный газ в эмиттере и коллекторе является вырожденным и характеризуется энергией Ферми E_F . Тогда положение

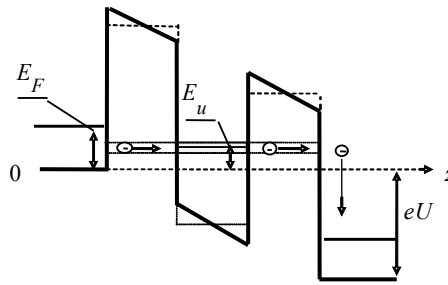


Рис. 6.11. Схема протекания тока в симметричном РТД.

резонансного уровня с учетом (6.43) будет выражаться через приложенную разность потенциалов формулой (рис.6.11)

$$E_u = E_I - eU / 2. \quad (6.57)$$

Если $E_u > E_F$, то, очевидно, резонансный ток равняется нулю ($j_r = 0$). С увеличением приложенного напряжения резонансный уровень энергии понижается и при $E_u < E_F$ резонансный ток становится отличным от нуля. При дальнейшем росте напряжения резонансная составляющая тока j_r должна расти, так как при этом уменьшается значение E_u и увеличивается число электронов в сфере Ферми с волновым числом $k_z = q$ (см. рис. 6.12), которые могут туннелировать через резонансный уровень. Из этого рисунка при условии

$$E_u = \hbar^2 q^2 / 2m^* < E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m^*$$

следует, что число электронов, с заданным значением q и энергией дви-

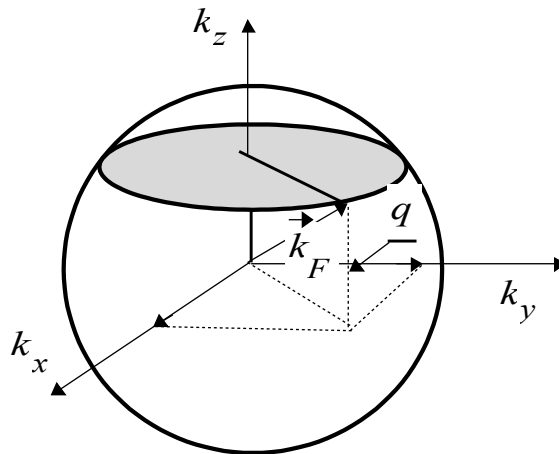


Рис. 6.12. Сфера заполненных вырожденным электронным газом состояний в зоне Бриллюэна с радиусом k_F -сфера Ферми.

жения E_u вдоль оси симметрии РТД пропорционально площади сече-

ния сферы Ферми, равной $\pi(k_F^2 - q^2)$. При $E_u \leq 0$ резонансный ток с увеличением напряжения быстро уменьшается и становится равным нулю, потому что резонансный уровень энергии при этом попадает в запрещенную зону⁷. Как показывает численный анализ, при $E_u \approx 0$ вольтамперная характеристика РТД имеет максимальную отрицательную дифференциальную проводимость.

6.3.2. ВАХ и ОДП идеального РТД

Под идеальным РТД будем понимать такой симметричный резонансно-туннельный диод, у которого в области напряжений, соответствующих наличию резонансного тока, нерезонансной составляющей тока можно пренебречь. Для того чтобы получить вольтамперную характеристику такого РТД, проведем расчет плотности резонансного тока, предполагая для простоты, что при напряжении U электроны могут двигаться за счет дисперсии скоростей только от эмиттера к коллектору. Из рис. 6.11 следует, что для вырожденного электронного газа в эмиттере и коллекторе этому условию можно удовлетворить, если резонансный уровень энергии $E_I > (3/2) \cdot E_F$, что обычно имеет место. С учетом сделанных приближений плотность резонансного тока для электронов в приближении изотропной эффективной массы можно рассчитать по общей формуле (рис.6.12)

$$j_r = 2e \sum_{q \geq 0, k_{\perp}} v(q) T(E) \Big|_{|\vec{k}| \leq k_F} = \frac{e}{2\pi^2} \int_0^{k_F} dq \int_0^{\sqrt{k_F^2 - q^2}} v(q) T(E) k_{\perp} dk_{\perp}, \quad (6.58)$$

где $k = k_{\perp} + q$ - трехмерный волновой вектор электрона; $v(q) = \hbar q / m^*$, $E = \hbar^2 q^2 / 2m^*$ - скорость и энергия электрона, соответствующие движению вдоль оси симметрии РТД (ось z); $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ - модуль поперечного волнового вектора, соответствующего свободному движению электрона вдоль слоев РТД. Для коэффициента пропускания воспользуемся формулой Лоренца для симметричной ДБКС (6.51)

$$T(E) = \frac{\tilde{\Gamma}_b^2}{\tilde{\Gamma}^2 + (E - E_u)^2}, \quad (6.59)$$

⁷ Отсчет энергий везде ведется от дна зоны проводимости в эмиттере.

где $\tilde{\Gamma} = \tilde{\Gamma}_b + \tilde{\Gamma}_p$, $\tilde{\Gamma}_b, \tilde{\Gamma}_p$ -полуширина полного, естественного и релаксационного уширений уровня E_u (см. (6.57)). После интегрирования по поперечному волновому вектору и перехода от интегрирования по q к интегрированию по E с учетом (6.59) получаем

$$j_x = \frac{em^*}{2\pi \cdot 3} \int_0^{E_F} T(E)(E_F - E)dE = \frac{em^*}{2\pi \cdot 3} \tilde{\Gamma}_b^2 \left\{ \frac{E_F - E_u}{\tilde{\Gamma}} \left[\arctg\left(\frac{E_F - E_u}{\tilde{\Gamma}}\right) + \arctg\left(\frac{E_u}{\tilde{\Gamma}}\right) \right] - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{(E_F - E_u)^2 + \tilde{\Gamma}^2}{E_u^2 + \tilde{\Gamma}^2}\right) \right\}, \quad (6.60)$$

где $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m^*$ - энергия Ферми вырожденного электронного газа в эмиттере. На рис 6.13 представлена ВАХ резонансной составляющей тока (сплошная кривая), рассчитанная по формуле (6.60), и вид нерезо-

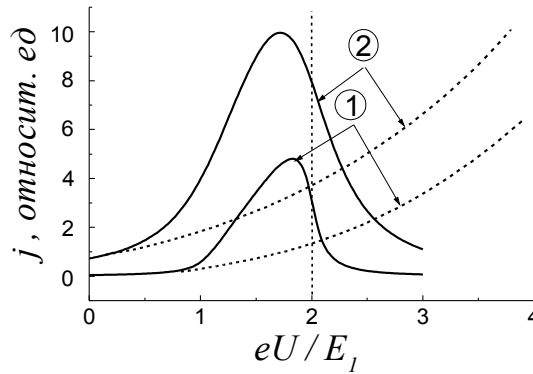


Рис. 6.13. ВАХ резонансной составляющей тока РТД, рассчитанной по формуле (6.60) при $E_F/E_l=0.05$ и различных значениях параметра $\alpha = \Gamma/E_l$:
1 ~ $\alpha = 0.05$, 2 ~ $\alpha = 0.2$.

нансной составляющей (пунктирная кривая). Из рисунка следует, что с ростом уширения резонансного уровня максимальное значение резонансной составляющей тока увеличивается.

На практике при генерации СВЧ колебаний с помощью элементов, имеющих отрицательную дифференциальную проводимость (ОДП), основную роль играет удельная дифференциальная проводимость g_r - дифференциальная проводимость, рассчитанная на единицу площади.

Удельную дифференциальную проводимость ДБКС согласно (6.60) можно рассчитать по формуле

$$g_r = \frac{dj_r}{dU} = \frac{dj_r}{dE_u} \frac{dE_u}{dU} + \frac{dj_r}{d\tilde{\Gamma}_b} \frac{d\tilde{\Gamma}_b}{dU} + \frac{dj_r}{d\tilde{\Gamma}_p} \frac{d\tilde{\Gamma}_p}{dU}. \quad (6.61)$$

В области слабых полей, когда можно пренебречь зависимостью времени релаксации импульса от поля, а также в случае высокой собственной добротности ДБКС ($E_1 \gg \tilde{\Gamma}_b$) последними двумя членами в формуле можно пренебречь. Тогда формула для g_r принимает достаточно простой вид

$$g_r \cong \frac{dj_r}{dE_u} \frac{dE_u}{dU} = \frac{e^2 m^*}{4\pi^2 \cdot 3} \tilde{\Gamma}_b \left[\frac{1}{\tilde{\Gamma}} a \operatorname{rctg} \left(\frac{E_F - E_u}{\tilde{\Gamma}} \right) + \frac{1}{\tilde{\Gamma}} a \operatorname{rctg} \left(\frac{E_u}{\tilde{\Gamma}} \right) - \frac{E_F}{E_u^2 + \tilde{\Gamma}^2} \right]. \quad (6.62)$$

Учитывая, что максимальное значение ОДП должно иметь место при $E_u \approx 0$, что соответствует значению $eU = 2E_1$ (см. вертикальная пунктирная кривая на рис.6.13), из формулы (6.62) получаем

$$-g_r^{\max} \cong \frac{e^2 m^*}{4\pi^2 \cdot 3} \frac{\tilde{\Gamma}_b^2}{\tilde{\Gamma}^2} \left[E_F + \tilde{\Gamma} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{E_F}{\tilde{\Gamma}} \right) \right]. \quad (6.63)$$

В случае сильного легирования ($E_F \gg \Gamma$) и слабого рассеяния ($\Gamma_p \ll \Gamma_b$) величина максимальной удельной отрицательной дифференциальной проводимости симметричной ДБКС с учетом (6.63) равна

$$-g_r^{\max} \cong \frac{e^2 m^*}{4\pi^2 \cdot 3} \frac{\tilde{\Gamma}_b^2}{\tilde{\Gamma}^2} E_F = \frac{e^2}{8 \cdot \frac{1}{3}} \left(\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \right)^2 \left(\frac{3n}{\pi} \right)^{2/3} \approx \frac{e^2}{8 \cdot \frac{1}{3}} \left(\frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}, \quad (6.64)$$

где $n = (2m^* E_F)^{3/2} / 3\pi^2 \cdot 3$ - концентрация вырожденных электронов в эмиттере. Для плотности тока в максимуме ОДП при этих условиях из формулы (6.60) получаем

$$j_r \cong \frac{em^*}{4\pi \cdot 3} \frac{\tilde{\Gamma}_b^2}{\tilde{\Gamma}} E_F \approx \frac{\pi}{e} |g_r^{\max}| \tilde{\Gamma}. \quad (6.65)$$

Согласно формулам (6.64) и (6.65), при $\Gamma_p \ll \Gamma_b$ максимальное значение ОДП резонансно-туннельного диода с вырожденным электронным газом не зависит от уширения резонансного уровня, тогда как величина плотности тока зависит от него линейным образом.

Подставляя в эти формулы значения фундаментальных констант, перепишем эти формулы в виде, удобном для численных оценок:

$$- g_r^{max} \cong 3.1 \cdot 10^{-5} (\Gamma_b / \Gamma)^2 \cdot n^{2/3} \text{ Ом}^{-1}, \quad (6.64')$$

$$j_r \cong 1.2 \cdot 10^{15} (\Gamma_b^2 / \Gamma) \cdot n^{2/3} \text{ А}. \quad (6.65')$$

При $n = 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $\tilde{\Gamma}_p = \Gamma_b \approx 12 \text{ мЭВ}$ ($\tau_p = \tau_b = 10^{-13} \text{ с}$) из этих формул получаем $|g_r^{mux}| \approx 7.8 \cdot 10^6 \cdot \text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$, $j_r \approx 1.5 \cdot 10^5 \cdot \text{А} \cdot \text{см}^{-2}$.

Следует отметить, что формулы (6.64') и (6.65') получены с помощью формулы Лоренца (6.59) для коэффициента пропускания симметричной ДБКС. Однако в электрическом поле даже идеально симметричная структура становится несимметричной, что существенно понижает плотность резонансного тока и величину ОДП на фактор

$$\frac{4T_1(E_u)T_2(E_u)}{(T_1(E_u) + T_2(E_u))^2} \leq 1. \quad (6.66)$$

Чтобы понизить влияние этого фактора, можно ДБКС заранее делать несимметричной, т.е. в зависимости от приложенного напряжения в области ОДП увеличивать проницаемость входного барьера (например, уменьшая его толщину) и уменьшать проницаемость выходного барьера. Это следует из того, что в электрическом поле средняя высота выходного барьера по отношению к средней высоте входного барьера понижается, а, следовательно, прозрачность его увеличивается (рис. 6.11).

6.3.3. Эквивалентная схема и максимальная частота генерации РТД

На рис.6.14 представлена простейшая эквивалентная схема РТД, где $G_- = -g_r S$ - элемент с ОДП, S - площадь сечения РТД, C - емкость полупроводниковых слоев между эмиттерным и коллекторным слоями, R_s - омическое сопротивление эмиттера и коллектора (сопротивление потерь). Из этой схемы следует, что импеданс РТД для переменного тока малой амплитуды равен [18]

$$Z = \left(R_s - \frac{G_-}{G_-^2 + \omega^2 C^2} \right) - i \frac{\omega C}{G_-^2 + \omega^2 C^2}. \quad (6.67)$$

Согласно этой формуле РТД является элементом с ОДП только в области частот, для которых $\text{Re}(Z) < 0$, т.е. при условии, при котором $R_s \left(G_-^2 + \omega^2 C^2 \right) - G_- < 0$. Из этого условия вытекает формула для расчета максимальной генерируемой частоты

$$\omega_{mix}^2 = \frac{G_- (1 - R_s G_-)}{R_s C^2} . \quad (6.68)$$

Из формулы (6.68) вытекает, что ОДП может иметь место только при условии $G_- R_s < 1$. Так как $G_- \sim n^{2/3}$ (см. (6.64)), а $R_s \sim n^{-1}$, удовлетворить последнему условию можно либо увеличивая легирование эмиттера и коллектора, либо уменьшая их толщину. При $R_s \ll G_-^{-1}$

$$\omega_{mix}^2 \approx \frac{G_-}{R_s C^2} . \quad (6.69)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные выше примеры охватывают лишь небольшую часть размерных квантовых явлений, связанных с интерференцией электронных волн в сверхтонких полупроводниковых гетероструктурах. Укажем несколько причин, по которым эти структуры вызывают сейчас повышенный интерес исследователей.

1. Малая инерционность процесса резонансного туннелирования электронов в ДБКС (см. (55)) и связанные с этим перспективы создания СВЧ-приборов в терагерцевом диапазоне частот и сверхбыстродействующих цифровых приборов с временем переключения < 1 пс.
2. Специфика резонансного туннелирования в ДБКС, позволяющая, в принципе, создавать приборы с резкими изменениями величины тока и падающими участками ВАХ с большой величиной ОДП.
3. Сравнительная конструктивная простота ДБКС, содержащей минимальное число (~ 3) сверхтонких эпитаксиальных слоев, позволяющая уже при современном уровне технологии обеспечить выполнение условий (высокое совершенство кристаллической структуры и квазибаллистический пролет электронов), необходимых для сохранения когерентности электронных волн и эффективного резонансного туннелирования в широком диапазоне температур, включая $T \geq 300$ К.
4. Практическая возможность создания различных типов новых полупроводниковых приборов - диодов, транзисторов и др., обладающих уникальными свойствами.

С другой стороны, ДБКС может рассматриваться как элементарная ячейка обширного класса более сложных многослойных гетероструктур - квантовых сверхрешеток, электрические, оптические и другие физические свойства которых также обусловлены квантованием энергетического спектра электронов и их туннелированием между соседними ячейками [14, 18]. Поэтому ясное понимание закономерностей элек-

тронных процессов в ДБКС не только облегчает анализ свойств сверхрешеток, но и позволяет формировать квантовые структуры с принципиально новыми специфическими характеристиками путем соответствующей комбинации большего или меньшего числа ДБКС с различными параметрами полупроводниковых слоев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шик А.Я., Бакуева Л.Г., Мусихин С.Ф., Рыков С.А. Физика низкоразмерных систем / Под ред. А.Я. Шика.–СПб.: Наука, 2001. 160 с.
2. Тавгер Б.А., Демиховский В.Я. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках // УФН. 1968. Т. 96, вып. 1. С. 61.
3. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.: Мир, 1985. 416 с.
4. Молекулярно-лучевая эпитаксия и гетероструктуры / Ред. Л. Ченг, К. Плог. М.: Мир, 1989. 584 с.
5. Шик А.Я. Полупроводниковые структуры с дельта слоями // ФТП, 1992. Т. 26. С. 1161.
6. Новости нанотехнологий. Журнал НМСТ. 2005. №2.
7. Физики выявили самый твердый материал на Земле. // <http://www.inauka.ru/news/article84724.html>
8. Физики объяснили известную аномалию графена. // <http://www.inauka.ru/news/article77803.html>
9. Богданов К.Ю. Закон Ома для углеродных нанотрубок. // <http://www.inauka.ru/blogs/article78620.html>
10. Воронов В.К., Подоплелов А.В. Современная физика: Учебное пособие.– М.: КомКнига, 2005. 512 с.
11. Ученым удалось из графена и водорода получить новый материал. // <http://www.inauka.ru/news/article89223.html>
12. Демиховский В.Я. Квантовые ямы, нити, точки. Что это такое. / СОЖ. 1997. №5. С. 80-86.
13. Шик А.Я. Сверхрешетки–периодические полупроводниковые структуры // ФТП. 1974. Т. 8. С.1841-1864.
14. Херман М.Полупроводниковые сверхрешетки. М.: Мир, 1989. 240 с.
15. Мусихин С.Ф., Бакуева Л.Г., Ильин В.И. и др. Оптические и электрические свойства сверхрешеток Фибоначчи PbS–С, полученных методом импульсного лазерного напыления. // ФТП. 1995. Т. 29. С. 474.
16. Ансельм А.И. Введение в теория полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.
17. Давыдов А.С. Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963. 748 с.
18. Воробьев Л.Е., Ивченко Е.Л., Фирсов Д.А., Шалыгин В.А. Оптические свойства наноструктур: Учеб. Пособие / Под ред. Е.Л. Ивченко и Л.Е. Воробьева. СПб.:Наука, 2001.–188 с.

19. P.A. Lebowitz and R. Tsu. Electrical Transport Properties in a Superlattice//J. Appl. Phys. – 1970.- V.41. N. 6.-P. 2664.
20. Prengel F. et.al. Simple model for multistability and domain formation in semiconductor superlattices // Phys.Rev. B. - 1994. - V.50. N. 3. - P. 1705 - 1712.
21. Kwok S. H., Grahn H. T., Ramsteiner M., and Ploog K., Prengel F., Wacker A., and Scholl E., Murugkar S. and Merlin R. Nonresonant carrier transport through high-field domains in semiconductor superlattices. //Phys. Rev. B. - 1995.- V.51.- P.9943–9951.
22. Квантовый эффект Холла. Сборник статей. М.: Мир, 1989.
23. Тагер А.С. Размерные квантовые эффекты в субмикронных полупроводниковых структурах и перспектива их применения в электронике СВЧ. Ч.1. Физические основы.// Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, -1987.-вып.9 (403).-С. 21-34.

Содержание

Введение	5
1. Основные полупроводниковые квантово-размерные структуры	5
1.1. Условия наблюдения квантовых размерных эффектов	5
1.2. Структуры с двумерным электронным газом	6
1.2.1. Полупроводниковые и полуметаллические пленки.	6
1.2.2. МДП-структуры.	7
1.2.3. Гетероструктуры	8
1.2.4. Дельта-слои	9
1.2.5. Графен	9
1.3. Квантовые нити.	11
1.4. Квантовые точки	12
1.5. Сверхрешетки	13
1.5.1. Полупроводниковые композиционные СР	15
1.5.2. СР типа полуметалл-полупроводник.	17
1.5.3. СР на основе кремния и МДП структур.	18
1.5.4. Легированные СР	19
1.5.5. Композиционно-легированные СР.	20
1.5.6. Квазипериодические и неперидические СР.	21
2. Энергетический спектр	21
2.1. Изолированные квантовые ямы, нити, точки	21
2.1.1. Квантовые ямы	22
2.1.2. Квантовые нити.	25
2.1.3. Квантовые точки	26
2.2. Одномерные сверхрешетки.	27
2.3. Локализованные состояния.	29
2.3.1. Мелкие водородоподобные примеси.	30
2.3.2. Экситоны Мота	33
2.4. Размерное квантование во внешних полях	35
2.4.1. Двумерные системы в магнитном поле.	35
2.4.2. Квантовые ямы и сверхрешетки в электрическом поле. .	38
3. Плотность состояний и концентрация носителей заряда.	41
3.1. Изолированные квантовые ямы и нити	41
3.2. Сверхрешетки	44
4. Оптические свойства	46
4.1. Общие положения.	47
4.2. Межзонное поглощение в квантовых ямах и сверхрешетках .	49
4.3. Межзонное поглощение в квантовых нитях	54
4.4. Межподзонное поглощение в квантовых ямах	

и сверхрешетках.	55
4.5. Фотодетекторы ИК–излучения.	58
5. Кинетические явления.	60
5.1. Неравновесная функция распределения в низкоразмерных структурах.	60
5.2. Планарный перенос в квантовых ямах.	62
5.3. Вертикальный перенос в сверхрешетках.	65
5.3.1. Область омической проводимости	65
5.3.2. Отрицательная дифференциальная проводимость в классических полях.	67
5.3.3. Резонансное туннелирование в области штарковской локализации.	70
5.4. Баллистическая проводимость квантовых нитей	75
5.5. Квантовый эффект Холла (КЭХ) в квантовых ямах.	78
5.5.1. Классическая теория целочисленного КЭХ	78
5.5.2. Влияние эффектов локализации на КЭХ	79
6. Резонансное туннелирование	81
6.1. Прохождение электронов в структурах с одиночными квантовыми ямами и потенциальными барьерами.	82
6.1.1. Коэффициент пропускания и резонансное туннелирование электронов при прохождении над квантовой ямой	82
6.1.2. Коэффициент пропускания и резонансное туннелирование электронов при прохождении над потенциальным барьером	85
6.2. Туннелирование электронов через двухбарьерную квантовую структуру (ДБКС).	88
6.2.1. Прохождение электромагнитных волн через резонатор Фабри -Перо. Резонансные частоты.	89
6.2.2. Энергетический спектр электронов в изолированной несимметричной КЯ.	93
6.2.3. Естественное и релаксационное уширения уровней энергии в квантовой яме ДБКС.	98
6.2.4. Туннелирование электронов через ДБКС в области резонансных значений энергии. Формула Лоренца	101
6.3. Резонансно-туннельный диод (РТД)	104
6.3.1. Строение и действие РТД.	104
6.3.2. ВАХ и ОДП идеального РТД.	106
6.3.3. Эквивалентная схема и максимальная частота генерации РТД	109
Заключение	110

Учебное издание

Борисенко Сергей Иванович

**ФИЗИКА
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ
НАНОСТРУКТУР**

Учебное пособие

Издано в авторской редакции

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано в печать 23.12.10 Формат 60х841/16. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 6,56. Уч.-изд. л. 5,94.
Заказ № _____. Тираж _____ экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО 

ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru

